

1- أ- لنبين A و B و C غير مستقيمة

لدينا : $\overline{AB}(2,0,2)$

و $\overline{AC}(-1,1,0)$

وبما أن $\frac{2}{-1} \neq \frac{0}{1}$

فإن المتجهتين \overline{AB} و \overline{AC} غير مستقيمتين .

إذن A و B و C نقط غير مستقيمة .

ب- معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)

لتكن $M(x,y,z)$ نقطة من الفضاء، لدينا :

$$M \in (ABC) \Leftrightarrow \det(\overline{AM}, \overline{AB}, \overline{AC}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x & 2 & -1 \\ y & 0 & 1 \\ z-1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow x \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} - y \cdot \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} + (z-1) \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow -2x - 2y + 2(z-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x + y - z + 1 = 0$$

معادلة ديكارتية إذن للمستوى (ABC) هي بالفعل $x + y - z + 1 = 0$

ملحوظة :

يمكن الإجابة على السؤال بإثبات أن مثلث إحداثيات كل من النقط A و B و C غير المستقيمة تحقق المعادلة المقترحة

$$. x + y - z + 1 = 0$$

2- معادلة ديكارتية للمستوى (Q)

لتكن $M(z,y,z)$ نقطة من الفضاء، لدينا :

$$M \in (Q) \Leftrightarrow \det(\overline{AM}, \vec{u}, \vec{v}) = 0$$

$$\Leftrightarrow -3x - 5y + 2z - 2 = 0$$

إذن معادلة ديكارتية للمستوى (Q) هي:

$$3x + 5y - 2z + 2 = 0$$

3- أ- تمثيل بارامترى للمستقيم (Δ)

المستقيم (Δ) يمر من النقطة $E(2,0,4)$ وموجه بالمتجهة $\vec{w}(4,-2,1)$ إذن تمثيل بارامترى له هو:

$$\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -2t \\ z = 4 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

ب- إحداثيات N

لدينا : $(ABC) : x + y - z + 1 = 0$

$$(Δ) : \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -2t \\ z = 4 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \text{ و}$$

والمعادلة : $(2 + 4t) - 2t - (4 + t) + 1 = 0$ تكافئ $t = 1$

إذن مثلث إحداثيات N نقطة تقاطع (ABC) و (Δ) هو $(6,-2,5)$

ج- لنبين أن $(\Delta) \subset (Q)$

لدينا : $(Q): 3x+5y-2z+2=0$

$$(\Delta): \begin{cases} x = 2+4t \\ y = -2t \\ z = 4+t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \text{ و}$$

والمعادلة : $3(2+4t)+5(-2t)-2(4+t)+2=0$

$$12t-10t-2t+6-8+2=0$$

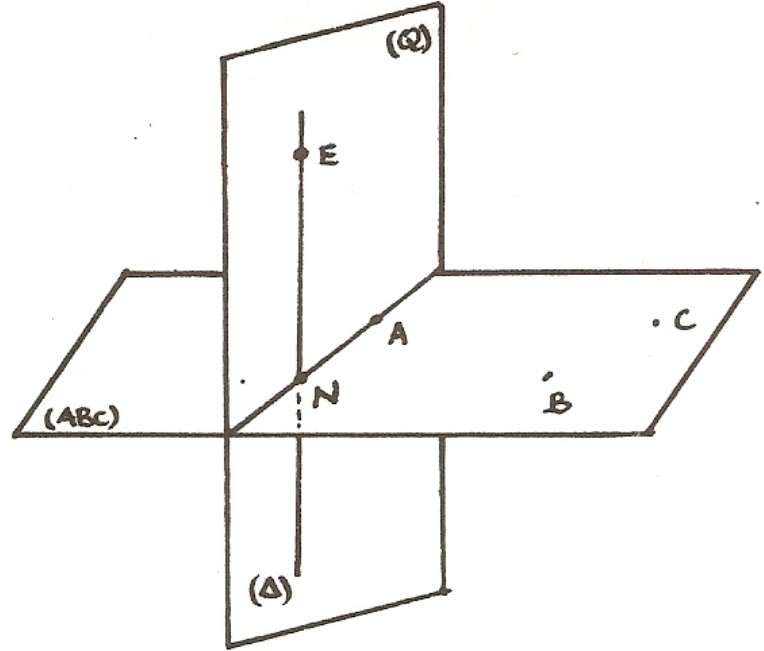
$$0=0$$

إذن جميع نقط المستقيم (Δ) تنتمي إلى المستوى (Q)

وهذا يعني أن $(\Delta) \subset (Q)$.

ملحوظة : يمكن الإجابة على السؤال بإثبات أن النقطتين E و N المنتميتين إلى (Δ) تنتميان إلى (Q) .

4- استنتاج تقاطع (ABC) و (Q)



لدينا : $(ABC): x+y-z+1=0$

و $(Q): 3x+5y-2z+2=0$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} \neq 0 \quad \text{و بما أن :}$$

فإن (ABC) و (Q) متقاطعان وفق مستقيم

لدينا : $A \in (Q)$ و $A \in (ABC)$

ولدينا : $\{N\} = (\Delta) \cap (ABC)$ لأن $N \in (ABC)$

و $N \in (Q)$ لأن $N \in (\Delta)$ و $(\Delta) \subset (Q)$

إذن $(ABC) \cap (Q) = (AN)$