أكاديمية الجهة الشرقية

سلسلة1:المنطق

المستوى : الأولى باك علوم تجريبية

الأستاذ: نجيب عثماني

تمرين1:

1)أنقل الجدول التالي ثم ضع العلامة "x" في الخانة المناسبة .

كل زوجي قابل للقسمة على 4		
مجموع عددين فرديين هو عدد زوجي		
$\sqrt{2}\in\mathbb{Q}$		
اذا كان n^2 عددا فرديا فان n عدد فردي		
المعادلة : $x^2=-1$ تقبل حلا في $\mathbb{R}$		
جميع المستقيمات المتعامدة في الفضاء متقاطعة		
114516مضاعف للعدد4		
$\left((-2)^2=-4\right)$		

2)هل توجد من بين الجمل الواردة في الجدول أعلاه جمل صحيحة و خاطئة في آن واحد ؟

تمرين2:

حدد العبارة النافية و قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية:

- p $\left((-2)^2=4\right)$
- q $\sqrt{2}\in\mathbb{Q}$

تمرين3:

حدد العبارة النافية و قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

$p\left(\sqrt{3}\geq 1\right)$ و $\left((-2)^2=4\right)$

q $\frac{1}{2}\in\mathbb{N}$ و $\left(\frac{7}{2}>3\right)$

تمرين4:

حدد قيمة حقيقة العبارات الآتية :

$A\left(\sqrt{3}\geq 1\right)$ و $\left((-2)^2>3\right)$

B $\sqrt{2}\in Q$ و $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}>3\right)$

C" $\left(\sqrt{2}\leq 1\right)$و$(\pi=3.14)$)"

تمرين5:

حدد قيمة الحقيقة و العبارة النافية لكل عبارة من العبارات الآتية :

$A\left(\frac{5}{2}\geq 1\right)$ أو $\left((-2)^2=-4\right)$

B $(-3\in\mathbb{N})$ أو $(5<3)$

تمرين6:

حدد قيمة الحقيقة و العبارة النافية لكل عبارة من العبارات الآتية :

A $\left(\sqrt{4}=2\right)$ أو $\left(\frac{1}{2}\in\mathbb{N}\right)$

$B\left((-2)^2>3\right)$ أو (3عدد فردي)

C $\left(\sqrt{2}\leq 1\right)$أو$(\pi=3.14)$)

تمرين7:

حدد قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

A (2عدد فردي) $\Rightarrow$ $(0,1\in\mathbb{N})$

B (4عدد زوجي) $\Rightarrow$ $(-1\in\mathbb{N})$

تمرين8:

حدد قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

$p\left(\sqrt{3}\geq 1\right)\Rightarrow\left((-2)^2=-4\right)$

q $\left(\frac{6}{2}=2\right)\Rightarrow\left(\sqrt{5}<3\right)$

تمرين9:

1)أتمم ملأ الجدول التالي :

p	q	$\overline{p}$	$\overline{p}$ أو q	$(p\Rightarrow q)$
1	1			
1	0			
0	1			
0	0			

2) ماذا تلاحظ؟

تمرين10:

حدد نفي العبارة الآتية : "$x=-3$ أو $x=3$" A $x^2=9\Rightarrow$

تمرين11:

حدد قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

$p\left(2\sqrt{3}\geq\sqrt{10}\right)\Leftrightarrow\left(\left(5\sqrt{2}\right)^2=50\right)$

q $-6\in\mathbb{N}$ $\Leftrightarrow(1\geq 3)$

تمرين12:

نعتبر التعبير التالي : $\left(x\in\mathbb{R}\right);x^2-x\geq 0$

1)حدد قيمة حقيقة التعبير من أجل $x=2$

2)حدد قيمة حقيقة التعبير من أجل $x=\frac{1}{2}$

3)حدد قيمة حقيقة التعبير من أجل $x=-1$

4) هل التعبير صحيح أم خاطئ؟

تمرين13:

نعتبر التعبير التالي : $\left(n\in\mathbb{N}\right);n^2\geq 0$

1)حدد قيمة حقيقة التعبير من أجل $n=2$

2)هل توجد قيم ل : n لا تحقق التعبير السابق؟

تمرين14:

حدد قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

A"$\left(\forall x\in\mathbb{R}\right);x^2>0$"

B" $(\forall n\in\mathbb{N});2^n>5(n+1)$ "

C " $\exists x\in\mathbb{N},2x-1=0$ "

D" $(\forall n\in\mathbb{N});\frac{n}{4}\notin\mathbb{N}$ "

E" $n>4 \Rightarrow n>2$"

تمرين15: حدد قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

1. "$\forall x\in\mathbb{R}/x^2>0$"
2. " $\exists x\in\mathbb{R},x^2-2=0$ "
3. " 5عدد فردي $\Leftrightarrow$ $\exists x\in\mathbb{R},x^2+1=0$ "
4. " $(2<\sqrt{3})\Rightarrow\forall n\in\mathbb{N}/\frac{n}{2}\in\mathbb{N}$" "
5. $(\forall x\in\mathbb{R});-1\le\cos x\le 1$
6. $(\forall n\in\mathbb{N});(\exists m\in\mathbb{N}):n<m$
7. $2n+1$ عدد زوجي $(\exists n\in\mathbb{N})$
8. $(\forall n\in\mathbb{N});\sqrt{n}\in\mathbb{N}$
9. $(\forall x\in\mathbb{R});(\exists y\in\mathbb{R}):y-x>0$
10. $(\exists!x\in\mathbb{R});2x+4=0$
11. $(\exists!x\in\mathbb{R});x^2=2$
12. $(\exists x\in\mathbb{Z});\frac{x}{4}\in\mathbb{Z}$
13. $(\forall x\in\mathbb{R});(\exists y\in\mathbb{R}):y^2=x$

تمرين16: حدد العبارة النافية للعبارات الآتية :

1) $(\forall n\in\mathbb{N});\sqrt{n}\in\mathbb{N}$

2) $(\exists x\in\mathbb{Z}):\frac{x}{4}\in\mathbb{Q}$ و $x^2-2=0$

3)كل الأشجار غير مثمرة في المؤسسة

تمرين17: حدد العبارة النافية للعبارات الآتية

1) $(\forall n\in\mathbb{N});2^n\succ 5(n+1)$

2) " $\exists x\in\mathbb{R},x^2-2=0$ و $-\frac{3}{2}\in\mathbb{Q}$ "

3) $(\forall n\in\mathbb{N});(\exists m\in\mathbb{N}):n<m$ 4)كل مثلث قائم الزاوية له زاوية حادة

5)توجد نافذة في المؤسسة مكسورة 6) $(\forall n\in\mathbb{Z}):n\in\mathbb{Z}\Rightarrow n\ge 0$

تمرين18: حدد العبارة النافية للعبارات الآتية:

1) $P;(\forall x\in\mathbb{R}):x\ne 2\Rightarrow x^2\ne 4$

2) $Q;(\exists x\in\mathbb{R}):x<2\Rightarrow x^2\ge 2015$

تمرين19: ليكن $x\in\mathbb{R}$ بين أن: $\sqrt{2}<x<5\Rightarrow 3<x^2+1<26$

تمرين20: ليكن $x\in\mathbb{R}$ بين أن: $2\sqrt{3}<x<10\Rightarrow 9<x^2-3<97$

تمرين21: ليكن $x\in\mathbb{R}$ بين أن: $2<x<4\Rightarrow\frac{1}{3}<\frac{1}{x-1}<1$

تمرين22: ليكن $x\in\mathbb{R}$ بين أن: $-2<x<\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{-3x+5}{x+4}<\frac{11}{2}$

تمرين23: بين العبارة التالية خاطئة مع تعليل الجواب:

p " $(\forall x\in\mathbb{R}^*);x+\frac{1}{x}\ge 2$ "

تمرين24: بين العبارة التالية خاطئة مع تعليل الجواب:

p " $\forall x\in]0;1[$ و $\forall y\in]0;1[$, $0<\frac{x+y}{xy(1-xy)}<1$ "

تمرين25: بين العبارة التالية خاطئة مع تعليل الجواب:

p " $(\forall x\in\mathbb{R});x^2\ge x$ "

تمرين26: ليكن $x\in\mathbb{R}$ و $y\in\mathbb{R}$

بين أن: $x+y>1\Rightarrow y>\frac{1}{2}$أو$x>\frac{1}{2}$

تمرين27: بين باستعمال الاستدلال بالاستلزام المضاد للعكس

أنه : اذا كان : $x\in]1;+\infty[$ و $y\in]1;+\infty[$

$(x\ne y)\Rightarrow(x^2-2x\ne y^2-2y)$

تمرين28: ليكن : $x\in\mathbb{R}$ بين أن : $x\ne -8\Rightarrow\frac{x+2}{x+5}\ne 2$

تمرين29: $y\in]2;+\infty[$ و $x\in]1;+\infty[$

بين أن : $(x\ne y)\Rightarrow(x^2-3x\ne y^2-3y)$

تمرين30: بين أن : $(\forall a\in\mathbb{R});(\forall b\in\mathbb{R})\ a^2+b^2\ge 2ab$

تمرين31: باستعمال الاستدلال بفصل الحالات:

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $(E):|3x-6|=1$

تمرين32: باستعمال الاستدلال بفصل الحالات

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $3+2|x-4|=x+5$

تمرين33: باستعمال الاستدلال بفصل الحالات

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $(E):x^2-|x+1|+1=0$

تمرين34: باستعمال الاستدلال بفصل الحالات

بين أن : n^2+n.

عدد زوجي $\forall n\in\mathbb{N}$

تمرين35: بين باستعمال الاستدلال بالخلف أن :

$\forall x\in\mathbb{R}/\ \frac{x^2-1}{x^2+1}\ne 1$

تمرين36: $n\in\mathbb{N}$ **بين أنه اذا كان** n^2 عدد زوجي

فان : n عدد زوجي

تمرين37: بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن :

$\forall n\in\mathbb{N};3^n\ge 1+2n$

تمرين38: بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن :

$\forall n\in\mathbb{N};3^n\ge 1+n$

تمرين39: بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن :

$\forall n\in\mathbb{N};2^n\ge 1+n$

تمرين40: بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن :

$\forall n\in\mathbb{N}^*:\ 1+2+3+\ldots+n=\frac{n\times(n+1)}{2}$

تمرين41: بين n^3+2n يقبل القسمة على 3 مهما يكن العدد الصحيح الطبيعي n

تمرين42: بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن :

$\forall n\in\mathbb{N}^*:\ 1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2=\frac{n\times(n+1)\times(2n+1)}{6}$

تمرين43: بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن :

$\forall n\in\mathbb{N}^*:1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3=\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

تمرين44: بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن :

$\forall n\in\mathbb{N}:2^0+2^1+2^2+2^3+\ldots+2^n=2^{n+1}-1$

تمرين45: بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن :

$\forall n \in \mathbb{N} : 5^0 + 5^1 + 5^2 ... + 5^n = \frac{5^{n+1}-1}{4}$

تمرين46: 1) بين أن: $\forall n \in \mathbb{N} : 3^0 + 3^1 + 3^2 ... + 3^n = \frac{3^{n+1}-1}{2}$

2) أ) بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} \quad 12n + 14 \geq 6(n+1) + 7$

ب) بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن : $\forall n \geq 6 \quad 2^n \geq 6n + 7$

تمرين47: بين أنه مهما يكن n من $\mathbb{N}^*$.

$1\times 2 + 2\times 3 + 3\times 4 + 4\times 5 + ... + n\times(n+1) = \frac{1}{3} n\times(n+1)\times(n+2)$

تمرين48: بين أنه مهما يكن n من $\mathbb{N}^*$.

$$\frac{1}{1\times 2\times 3} + \frac{1}{2\times 3\times 4} + \frac{1}{3\times 4\times 5} + ... + \frac{1}{n\times(n+1)\times(n+2)} = \frac{n\times(n+3)}{4(n+1)\times(n+2)}$$

تمرين49: بين أنه مهما يكن n من. $\mathbb{N}$

$b_n = 4^{2n+2} - 1$ يقبل القسمة على 15

تمرين50: بين أنه مهما يكن n من. $\mathbb{N}$

$n^3 - n$ يقبل القسمة على 6

تمرين51: 1) بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} \quad 11^{n+1} - 1 = 10\times 11^n + 11^n - 1$

2) بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن: $11^n - 1$

مضاعف للعدد 10 $\forall n \in \mathbb{N}$

تمرين52: نضع : $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad A_n = 3^{2n} - 2^n$

1) تحقق من أن : $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad A_{n+1} = 2A_n + 7\times 3^{2n}$

2) بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن : A_n مضاعف للعدد 7 $\forall n \in \mathbb{N}^*$

تمرين53: ليكن a عدد حقيقي موجب قطعا

1) بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن : $\forall n \in \mathbb{N}; (1+a)^n \geq 1 + n\times a$

2) استنتج أن : $\forall n \in \mathbb{N}; \quad 2^n > n$

تمرين54: حدد قيمة الحقيقة لكل من العبارة التالية مبررا جوابك ببرهان

1) (P): " $\sin\left(\frac{17\pi}{2012}\right) = \frac{2013}{2012}$ et $5^2 = 3^2 + 4^2$ "

2) (Q): " $\exists x \in IR; \quad -x^2 + 4x - 5 > 0$ "

3) (R): " $\exists x \in IR^+; \quad x^3 + x^2 - 3x + 1 < 0$ "

4) (S): " $(\forall m \in IR)(\exists x \in IR); \quad x^2 + mx + (m-1) = 0$ "

تمرين55:

حدد نفي كل عبارة من العبارات التالية:

1) (K): " $1 + \sqrt{5} < 7\sqrt{7}$ ou $1 + 2 - 3 = \sqrt{11}$ "

2) (L): " $2\sqrt{13} - 1 < 11 \Rightarrow \tan\pi = \sqrt{2} - 1$ "

3) (M): " $2\sqrt{111} < 19 \Rightarrow (\sin\pi = 2$ et $3^{2012} - 1 \geq 34)$ "

4) (N): " $(\exists x \in IR)(\forall a \in IR)(\exists y \in IR); \quad ay + 3x \geq 1$ "

تمرين56:

1) بين بواسطة التكافؤات المتتالية أن العبارة التالية صحيحة :

(R): $\forall (x,y) \in IR_+^2 \; ; \quad 16x^4 + 9y^4 \geq 24x^2y^2$

2) بين بواسطة الإستلزام المضاد للعكس أن العبارة التالية صحيحة:

$(\forall x \in IR^+)(\forall y \in IR^+) \; ; (x \neq y$ et $xy \neq 1) \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{x}}{x+1} \neq \frac{\sqrt{y}}{y+1}\right)$

تمرين57:

1) أكتب العبارات التالية باستعمال المكممات و الروابط المنطقية :

(P): " بَيْنَ كل عددين حقيقيين سالبين ، يوجد على الأقل عدد جدري سالب . "

2) (Q):

"مهما يكن العدد الحقيقي الموجب قطعا t يوجد عدد طبيعي p بحيث مهما يكن العدد الصحيح الطبيعي n

فإنه إذا كان $n > p$ فإن $\left|\frac{n^2+1}{2n^2-3} - \frac{1}{2}\right| < t$ "

تمرين58:

حدد قيمة الحقيقة لكل من العبارة التالية مبررا جوابك ببرهان :

1) (P): " $\cos(309°) = \frac{1983}{1973}$ et $\sqrt{7}^2 = \sqrt{2}^2 + \sqrt{5}^2$ "

2) (Q): " $\exists x \in IR; \quad 3x^2 + 7x + 4 > 0$ "

3) (R): " $\exists x \in IR^+; \quad x^3 + x^2 - 4x + 1 < 0$ "

4) (S): " $(\forall k \in IR)(\exists x \in IR); \quad 4x^2 - 4kx + (6k-9) = 0$ "

تمرين59:

حدد نفي كل عبارة من العبارات التالية:

1) (K): " $3 + \sqrt{\pi} = \pi\sqrt{\pi}$ et $\sin 30° = \sqrt{0,1}$ "

2) (L): " $\tan\pi = \sqrt{2} - 1 \Rightarrow 2\sqrt{13} - 1 < 11$ "

3) (M): " $3\sqrt{5} \geq 19 \Rightarrow (\sin 19° = 2$ et $\sqrt{7}^{2012} - 3 \geq 17)$ "

4) (N): " $(\exists t \in IR)(\forall k \in IR)(\exists m \in IR); \quad tm + 3k - 1 \neq 5$ "