عموميـــــــــات حول الدوال

حلــول

تمرين 1

$f(x)=\dfrac{4\|x\|+3}{x^2+4x+4}$ $Df=\{x\in IR\ /\ x^2+4x+4\neq 0\}$ $Df=\{x\in IR\ /\ (x+2)^2\neq 0\}$ $Df=\{x\in IR\ /\ x+2\neq 0\}$ $Df=\{x\in IR\ /\ x\neq -2\}$ $Df=]-\infty,-2[\cup]-2,+\infty[$	$g(x)=\dfrac{x^3-5}{2\|x-3\|-8}$ $Dg=\{x\in IR/ 2\|x-3\|-8\neq 0\}$ $Dg=\{x\in IR/ \|x-3\|\neq 4\}$ $Dg=\{x\in IR/ x-3\neq 4\ \ et\ \ x-3\neq -4\}$ $Dg=\{x\in IR/ x\neq 7\ \ et\ \ x\neq -1\}$ $Dg=]-\infty,-1[\cup]-1,7[\cup]7,+\infty[$
$h(x)=\dfrac{6+x^4}{x-\dfrac{1}{x}}$ $Dh=\left\{x\in IR\ /\ x\neq 0\ \ et\ \ x-\dfrac{1}{x}\neq 0\right\}$ $Dh=\left\{x\in IR\ /\ x\neq 0\ \ et\ \ x\neq \dfrac{1}{x}\right\}$ $Dh=\{x\in IR\ /\ x\neq 0\ \ et\ \ x^2\neq 1\}$ $Dh=\{x\in IR\ /\ x\neq 0\ \ et\ \ x\neq 1\ \ et\ \ x\neq -1\}$ $Dh=]-\infty,-1[\cup]-1,0[\cup]0,1[\cup]1,+\infty[$	$p(x)=\dfrac{5-\|x\|}{\|x\|+7}$ $Dp=\{x\in IR\ /\ \|x\|+7\neq 0\}$ $Dp=\{x\in IR\ /\ \|x\|\neq -7\}$ $Dp=IR$ لأن العبارة $\|x\|\neq -7$ صحيحة لكل x من IR و ذلك لكون $\|x\|\geq 0$ بينما $-7<0$
$q(x)=\dfrac{(5-x)(2-x)}{x^2+x-6}$ $Dq=\{x\in IR\ /\ x^2+x-6\neq 0\}$ محددة الحدودية x^2+x-6 هي : $\Delta=1^2-4\times1\times(-6)=1+24=25>0$ حلا المعادلة $x^2+x-6=0$ هما : $x_1=\dfrac{-1+5}{2}=2$ و $x_2=\dfrac{-1-5}{2}=-3$ منه : $Dq=\{x\in IR\ /\ x\neq 2\ \ et\ \ x\neq -3\}$ $Dq=]-\infty,-3[\cup]-3,2[\cup]2,+\infty[$	$k(x)=\dfrac{5-\|x\|}{x^2-3x+4}$ $Dk=\{x\in IR/\ x^2-3x+4\neq 0\}$ محددة الحدودية x^2-3x+4 هي : $\Delta=(-3)^2-4\times1\times4=9-16=-7<0$ إذن ليس للمعادلة $x^2-3x+4=0$ حل في IR أي أن العبارة $x^2-3x+4\neq 0$ صحيحة لكل x من IR بالتالي : $Dk=IR$

تمرين 1

$$t(x)=\frac{5-\sin(x)}{2\sin(x)-1}$$

$$Dt=\{x\in IR /\ 2\sin(x)-1\neq 0\}$$

$$Dt=\left\{x\in IR /\ \sin(x)\neq \frac{1}{2}\right\}$$

$$Dt=\left\{x\in IR /\ \sin(x)\neq \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right\}$$

$$Dt=\left\{x\in IR /\ x\neq \frac{\pi}{6}+2k\pi \ \ et\ \ x\neq \pi-\frac{\pi}{6}+2k\pi ; k\in Z\right\}$$

$$Dt=\left\{x\in IR /\ x\neq \frac{\pi}{6}+2k\pi \ \ et\ \ x\neq \frac{5\pi}{6}+2k\pi ; k\in Z\right\}$$

$$Dt=IR\setminus\left\{\frac{\pi}{6}+2k\pi ; \frac{5\pi}{6}+2k\pi / k\in Z\right\}$$

$$m(x)=\sqrt{3-|x-4|}$$

$$Dm=\{x\in IR / 3-|x-4|\geq 0\}$$

$$Dm=\{x\in IR / |x-4|\leq 3\}$$

$$Dm=\{x\in IR / -3\leq x-4\leq 3\}$$

$$Dm=\{x\in IR / 1\leq x\leq 7\}$$

$$Dm=[1,7]$$

$$r(x)=\frac{x^2+\sqrt{x}}{\sqrt{x^2+x-2}}$$

$$Dr=\{x\in IR /\ x\geq 0\ \ et\ \ x^2+x-2\geq 0\}$$

محددة الحدودية x^2+x-2 هي :

$$\Delta=1^2-4\times 1\times(-2)=1+8=9>0$$

حلا المعادلة $x^2+x-6=0$ هما :

$x_1=\frac{-1+3}{2}=1$ و $x_2=\frac{-1-3}{2}=-2$

إذن :

x		-2		1	
x^2+x-2	+		-		+

منه:

$$Dr=[0,+\infty[\cap(]-\infty,-2]\cup[1,+\infty[)$$

$$Dr=[1,+\infty[$$

$$l(x)=\sqrt{x^3-8}+\frac{1-x}{|x+1|-|x-7|}$$

$$Dl=\{x\in IR /\ x^3-8\geq 0\ et\ |x+1|-|x-7|\neq 0\}$$

$$Dl=\{x\in IR /\ x^3\geq 8\ et\ |x+1|\neq|x-7|\}$$

$$Dl=\left\{x\in IR /\ x\geq 2\quad et\quad \begin{matrix} x+1\neq x-7 \\ x+1\neq 7-x \end{matrix}\right\}$$

$$Dl=\{x\in IR /\ x\geq 2\quad et\quad 1\neq -7\quad et\quad 2x\neq 6\}$$

$$Dl=\{x\in IR /\ x\geq 2\quad et\quad x\neq 3\}$$

$$Dl=[2,3[\cup]3,+\infty[$$

: لتحديد مجموعة التعريف يجب أن نبحث عن قيم x بحيث يكون : المقام غير منعدم – ما بداخل الجذر المربع موجب و هذا ما يؤدي غالبا إلى البحث عن حلول معادلة أو متراجحة.

تمرين 2

$$f(x)=\frac{x^3}{|x|+5}$$

-1
$$Df=\{x\in IR \,/\, |x|+5\neq 0\}$$
$$Df=\{x\in IR \,/\, |x|\neq -5\}$$
$$Df=IR$$

-2 لدينا : $x\in IR \Rightarrow -x\in IR$

-3
$$\forall x\in IR\ \ f(-x)=\frac{(-x)^3}{|-x|+5}$$
$$f(-x)=\frac{-x^3}{|x|+5}=-f(x)$$

إذن f دالة فردية

$$g(x)=\frac{\cos(x)}{x^4+x^2+1}$$

-1
$$Dg=\{x\in IR \,/\, x^4+x^2+1\neq 0\}$$
$(\Delta<0)$ $$Dg=\{x\in IR \,/\, (x^2)^2+(x^2)+1\neq 0\}$$
$$Dg=IR$$

-2 لدينا : $x\in IR \Rightarrow -x\in IR$

-3
$$\forall x\in IR\ g(-x)=\frac{\cos(-x)}{(-x)^4+(-x)^2+1}$$
$$g(-x)=\frac{\cos(x)}{x^4+x^2+1}=g(x)$$

إذن g دالة زوجية

$$h(x)=\frac{\sin(x)}{x^3-1}$$

-1
$$Dh=\{x\in IR \,/\, x^3-1\neq 0\}$$
$$Dh=\{x\in IR \,/\, x^3\neq 1\}$$
$$Dh=\{x\in IR \,/\, x\neq 1\}$$
$$Dh=\left]-\infty,1\right[\cup\left]1,+\infty\right[$$

-2 لدينا : $-1\in Dh$ لكن $-1\notin Dh$

إذن h ليست بدالة زوجية و لا فردية

$$p(x)=|x|+|x+1|+|x-1|$$

-1 $Dp=IR$

-2 لدينا : $x\in IR \Rightarrow -x\in IR$

-3
$$\forall x\in IR\ p(-x)=|x|+|x+1|+|x-1|$$
$$p(-x)=|-x|+|-x+1|+|-x-1|$$
$$p(-x)=|x|+|1-x|+|-(x+1)|$$
$$p(-x)=|x|+|x-1|+|x+1|$$
$$p(-x)=p(x)$$

إذن p دالة زوجية

$$k(x)=\frac{\sqrt{|x-2|}+\sqrt{|x+2|}}{x^4-1}$$

-1
$$Dk=\{x\in IR \,/\, x^4-1\neq 0\ et\ |x-2|\geq 0\ \ et\ |x+2|\geq 0\}$$
$$Dk=\{x\in IR \,/\, x^4\neq 1\}$$
$$Dk=\{x\in IR \,/\, x^2\neq 1\}$$
$$Dk=\{x\in IR \,/\, x\neq 1\ \ et\ \ x\neq -1\}$$
$$Dk=\left]-\infty,-1\right[\cup\left]-1,1\right[\cup\left]1,+\infty\right[$$

-2 لدينا : $x\in Df \Rightarrow x\neq 1\ et\ x\neq -1 \Rightarrow -x\neq -1\ et\ -x\neq 1 \Rightarrow -x\in Df$

-3
$$\forall x\in IR\ k(-x)=\frac{\sqrt{|-x-2|}+\sqrt{|-x+2|}}{(-x)^4-1}=\frac{\sqrt{|-(x+2)|}+\sqrt{|x-2|}}{x^4-1}=\frac{\sqrt{|x+2|}+\sqrt{|x-2|}}{x^4-1}=k(x)$$

إذن k دالة زوجية

تمرين 3

نعتبر الدالة : $f(x)=\dfrac{2x^2+4x+3}{x^2+2x+2}$

-1 محددة الحدودية x^2+2x+2 هي : $\Delta=2^2-4\times1\times2=4-8=-4<0$

إذن للحدودية x^2+2x+2 نفس إشارة $a=1$ أي أنها موجبة قطعا لكل x من IR

-2 حدد

$$D_f=\{x\in IR/\ x^2+2x+2\neq0\}$$
$$D_f=IR$$

-3 لدينا :

$$f(x)-1=\frac{2x^2+4x+3}{x^2+2x+2}-1=\frac{2x^2+4x+3-(x^2+2x+2)}{x^2+2x+2}=\frac{2x^2+4x+3-x^2-2x-2}{x^2+2x+2}$$
$$f(x)-1=\frac{x^2+2x+1}{x^2+2x+2}=\frac{(x+1)^2}{x^2+2x+2}\geq0$$

و لدينا :

$$f(x)-2=\frac{2x^2+4x+3}{x^2+2x+2}-2=\frac{2x^2+4x+3-2(x^2+2x+2)}{x^2+2x+2}=\frac{2x^2+4x+3-2x^2-4x-4}{x^2+2x+2}$$
$$f(x)-2=\frac{-1}{x^2+2x+2}<0$$

(استعملنا السؤال الأول و ذلك لتحديد إشارة المقام)

بالتالي : $\boxed{\forall x\in IR\quad 1\leq f(x)<2}$

تمرين 4

نعتبر الدالة : $f(x)=|x|+\dfrac{1}{|x|}$

-1 حدد

$$D_f=\{x\in IR/\ |x|\neq0\}$$
$$D_f=]-\infty,0[\cup]0,+\infty[$$

-2 لدينا : $\forall x\in Df\qquad f(x)-2=|x|+\dfrac{1}{|x|}-2=\dfrac{|x|^2+1-2|x|}{|x|}=\dfrac{(|x|-1)^2}{|x|}\geq0$

منه : $f(x)\geq2\quad \forall x\in Df$ إذن f مصغورة بالعدد 2

-3 لدينا f مصغورة بالعدد 2 و لدينا : $f(1)=1+\dfrac{1}{1}=2$ ، إذن f تقبل قيمة دنوية في النقطة : $x=1$

تمرين 5

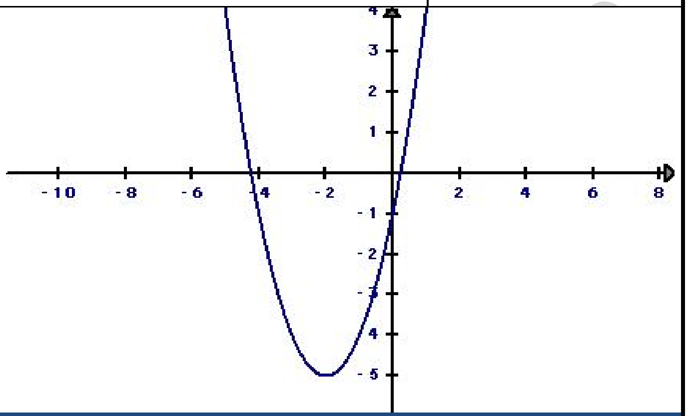
$f(x)=x^2+4x-1$

f عبارة عن دالة حدودية من الدرجة الثانية ، إذن تمثيلها المبياني عبارة عن شلجم رأسه :

$$\frac{-b}{2a}=\frac{-4}{2}=-2$$

إذن :

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	-5	$\nearrow$



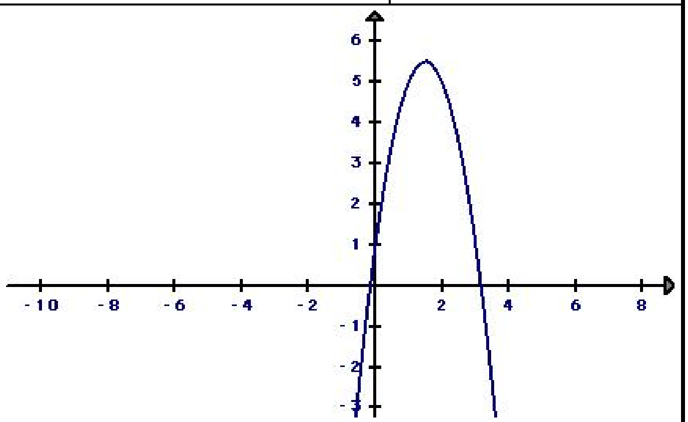
$f(x)=-2x^2+6x+1$

f عبارة عن دالة حدودية من الدرجة الثانية ، إذن تمثيلها المبياني عبارة عن شلجم

رأسه : $\frac{-}{2a}=\frac{-6}{-4}=\frac{3}{2}$

إذن :

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	$\frac{11}{2}$	$\searrow$



لاحظ أن رتابة الدالة تعتمد على إشارة المعامل a

تمرين 5

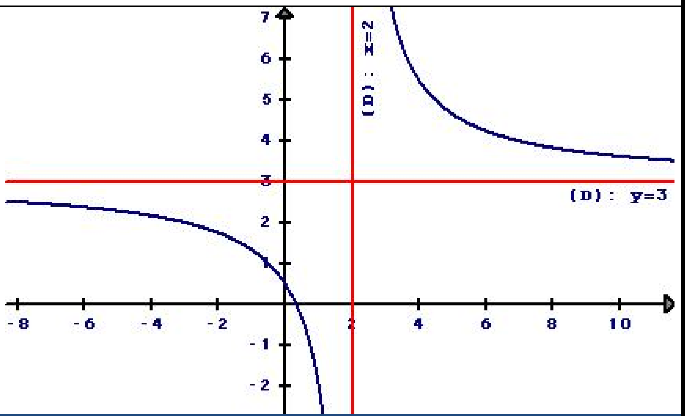
$$f(x)=\frac{3x-1}{x-2}$$

f عبارة عن دالة على شكل $\frac{ax+b}{cx+d}$ ، إذن تمثيلها المبياني عبارة عن هذلول:

و لدينا : $f(x)-3=\frac{3x-1}{x-2}-3=\frac{3x-1-3x+6}{x-2}=\frac{5}{x-2}$

إذن الهذلول مركزه : $\Omega(2,3)$ و بما أن $5>0$ فالدالة تناقصية

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	‖	$\searrow$



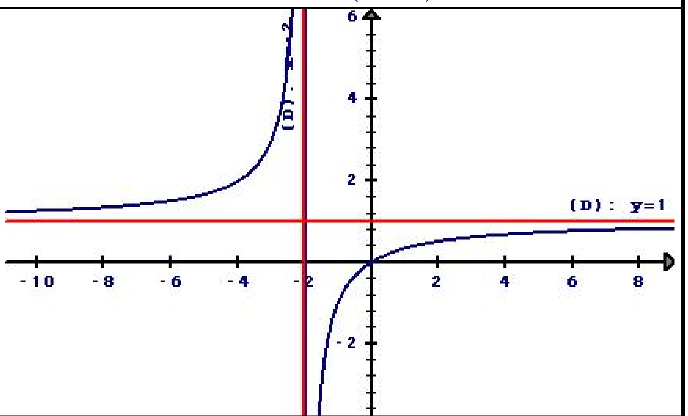
$$f(x)=\frac{x}{x+2}$$

f عبارة عن دالة على شكل $\frac{ax+b}{cx+d}$ ، إذن تمثيلها المبياني عبارة عن هذلول:

و لدينا : $f(x)-1=\frac{x}{x+2}-1=\frac{x-x-2}{x+2}=\frac{-2}{x+2}$

إذن الهذلول مركزه : $\Omega(-2,1)$ و بما أن $-2<0$ فالدالة تزايدية

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	‖	$\nearrow$



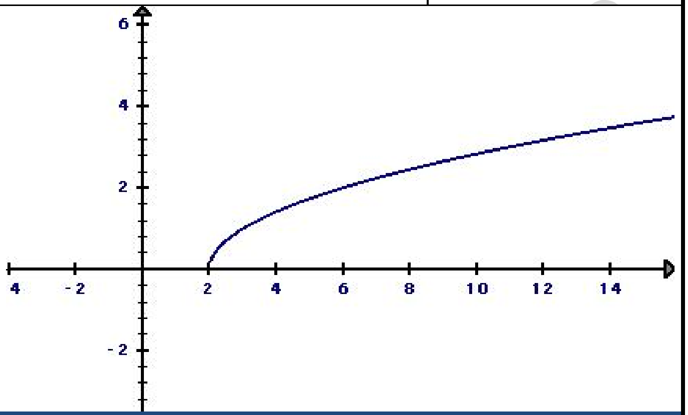
: لاحظ أنه لتحديد مركز الهذلول نحسب الفرق $\frac{ax+b}{cx+d}-\frac{a}{c}$

تمرين 5

$f(x)=\sqrt{x-2}$

f عبارة عن دالة على شكل $\sqrt{x+a}$، إذن :

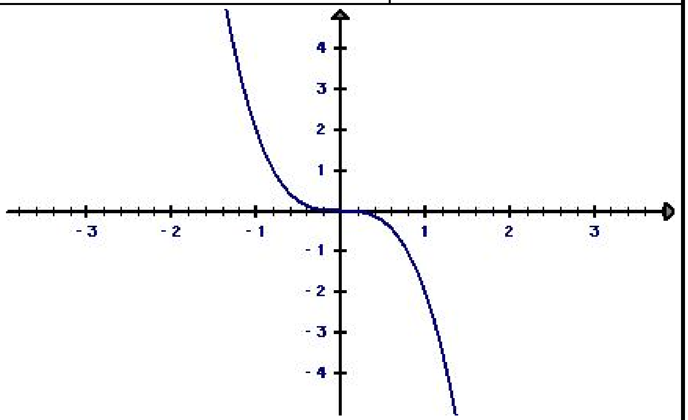
x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$		0	$\nearrow$



$f(x)=-2x^3$

f عبارة عن دالة على شكل $a\,x^3$ و بما أن $a=-2<0$، فإن :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	0	$\searrow$



: لاحظ أن رتابة الدالة تعتمد على إشارة المعامل a

تمرين 6

$\begin{cases} f(x)=2x+1 \\ g(x)=x^2-1 \end{cases}$	$f\circ g(x)=f(g(x))=2g(x)+1$ $=2(x^2-1)+1$ $=2x^2-2+1$ $=2x^2-1$	$g\circ f(x)=g(f(x))=(f(x))^2-1$ $=(2x+1)^2-1$ $=4x^2+4x+1-1$ $=4x^2+4x$
$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x+1}{x} \\ g(x)=\dfrac{2x}{x-3} \end{cases}$	$f\circ g(x)=f(g(x))=\dfrac{g(x)+1}{g(x)}$ $=\dfrac{\frac{2x}{x-3}+1}{\frac{2x}{x-3}}=\dfrac{\frac{2x+x-3}{x-3}}{\frac{2x}{x-3}}$ $=\dfrac{3x-3}{x-3}\times\dfrac{x-3}{2x}=\dfrac{3x-3}{2x}$	$g\circ f(x)=g(f(x))=\dfrac{2f(x)}{f(x)-3}$ $=\dfrac{2\frac{x+1}{x}}{\frac{x+1}{x}-3}=\dfrac{\frac{2x+2}{x}}{\frac{x+1-3x}{x}}$ $=\dfrac{2x+2}{x}\times\dfrac{x}{-2x+1}=\dfrac{2x+2}{-2x+1}$
$\begin{cases} f(x)=\sqrt{1+x^2} \\ g(x)=\dfrac{x^2+3}{x^2} \end{cases}$	$f\circ g(x)=f(g(x))=\sqrt{1+(g(x))^2}$ $=\sqrt{1+\left(\dfrac{x^2+3}{x^2}\right)^2}$ $=\sqrt{\dfrac{x^4+(x^2+3)^2}{x^4}}$ $=\sqrt{\dfrac{x^4+x^4+6x^2+9}{x^4}}$ $=\dfrac{\sqrt{2x^4+6x^2+9}}{x^2}$	$g\circ f(x)=g(f(x))=\dfrac{(f(x))^2+3}{(f(x))^2}$ $=\dfrac{\left(\sqrt{1+x^2}\right)^2+3}{\left(\sqrt{1+x^2}\right)^2}$ $=\dfrac{1+x^2+3}{1+x^2}$ $=\dfrac{x^2+4}{x^2+1}$
$\begin{cases} f(x)=\sqrt{1+x^2} \\ g(x)=\sqrt{x^2-1} \end{cases}$	$f\circ g(x)=f(g(x))=\sqrt{1+(g(x))^2}$ $=\sqrt{1+x^2-1}=\sqrt{x^2}=\|x\|$	$g\circ f(x)=g(f(x))=\sqrt{(f(x))^2-1}$ $=\sqrt{1+x^2-1}=\sqrt{x^2}=\|x\|$

: نستلاحظ من خلال الأمثلة المقدمة أنه عموما يكون $f\circ g(x)\neq g\circ f(x)$ ، لكن يمكن أن نحصل على التساوي في بعض الحالات.

تمرين 7

$f(x)=x^2+4x+1$ و $g(x)=\sqrt{x+4}$ و $h(x)=\sqrt{x^2+4x+5}$

1

f دالة حدودية منه: $Df=IR$

$Dg=\{x\in IR/\ x+4\geq 0\}$

$Dg=\{x\in IR/\ x\geq -4\}$

$Dg=[-4;+\infty[$

$Dh=\{x\in IR/\ x^2+4x+5\geq 0\}$

$\Delta=16-20=-4<0$

منه : $Dh=IR$

2

لنبين أن : $\forall x\in IR \quad f(x)\geq -3$

لدينا : $\forall x\in IR \quad f(x)-(-3)=x^2+4x+1+3=x^2+4x+4=(x+2)^2\geq 0$

بالتالي : $\forall x\in IR \quad f(x)\geq -3$

3

لنبين أن : $\forall x\in IR \quad h(x)\geq 1$

لدينا : $\forall x\in IR \quad h^2(x)-1^2=x^2+4x+5-1=x^2+4x+4=(x+2)^2\geq 0$

إذن : $\forall x\in IR \quad h^2(x)\geq 1$ و بما أن : $\forall x\in IR \quad h(x)\geq 0$ فإن : $\forall x\in IR \quad h(x)\geq 1$

4

f عبارة عن دالة حدودية من الدرجة الثانية ، إذن تمثيلها المبياني عبارة عن شلجم رأسه : $\frac{-b}{2a}=\frac{-4}{2}=-2$

إذن :

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$	↘	-3	↗

g عبارة عن دالة على شكل $\sqrt{x+a}$، إذن :

x	$-\infty$	-4	$+\infty$
$g(x)$	//////	0	↗

5

لدينا : $\forall x\in IR \quad g\circ f(x)=g(f(x))=\sqrt{f(x)+4}=\sqrt{x^2+4x+1+4}=\sqrt{x^2+4x+5}=h(x)$

6

رتابة الدالة h على $]-\infty;-2]$

- لدينا f تناقصية على $]-\infty;-2]$
- لدينا $f(]-\infty;-2])=[f(-2);+\infty[=[-3;+\infty[$
- لدينا g تزايدية على $[-3;+\infty[$

إذن h تناقصية على $]-\infty;-2]$

رتابة الدالة h على $[-2;+\infty[$

- لدينا f تزايدية على $[-2;+\infty[$
- لدينا $f([-2;+\infty[)=[f(-2);+\infty[=[-3;+\infty[$
- لدينا g تزايدية على $[-3;+\infty[$

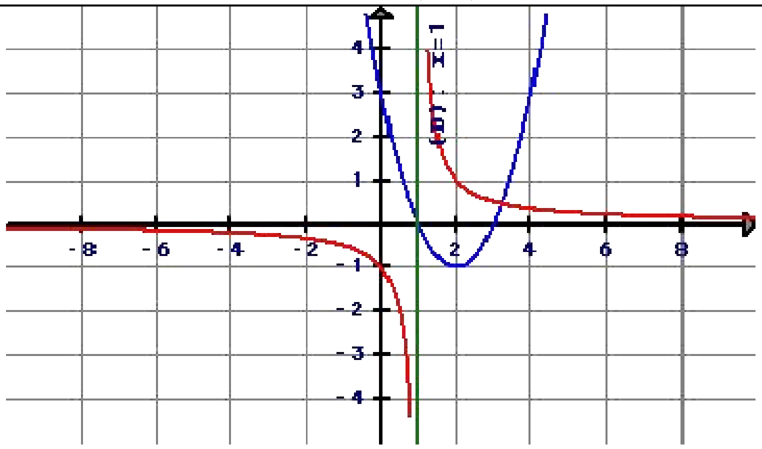
إذن h تزايدية على $[-2;+\infty[$

: لتحديد رتابة المركب $p\circ q(x)$ على مجال I ، نتبع 3 مراحل:

1- ندرس رتابة $q(x)$ على I 2- نحسب J صورة I بالدالة $q(x)$ 3- ندرس رتابة الدالة $p(x)$ على المجال J

و في الأخير نحدد رتابة المركب انطلاقا من نتائج المرحلتين الأولى و الثالثة مثل قاعدة إشارة جذاء

تمرين 8

		$f(x)=x^2-4x+3$ و $g(x)=\frac{1}{x-1}$
1	أ	f دالة حدودية من الدرجة الثانية إذن تمثيلها المبياني عبارة عن شلجم
	ب	لنحدد نقطتي تقاطع Cf و محور الأفاصيل، أي لنحل المعادلة : $f(x)=0$ أي $x^2-4x+3=0$ لدينا $\Delta=16-12=4>0$ منه : $x^2-4x+3=0 \Rightarrow x=\frac{4+2}{2}=3 \ ou \ x=\frac{4-2}{2}=1$ بالتالي : Cf يتقاطع مع محور الأفاصيل في النقطتين : $A(1;0)$ و $B(3;0)$
	ج	 Cf شلجم رأسه $E(1,\ f(1))$ منه :
2		Cg عبارة عن هذلول مركزه $F(1,0)$ و مقارباه هما المستقيمان : $(D_1):\ x=1$ و $(D_2):\ y=0$ (انظر الشكل السابق)
3	أ	بما أن العدد 1 ليس حلا للمعادلة (E) ($1-5+7-4=-1\neq 0$) فإن : لكل $x\neq 1$: $f(x)=g(x) \Leftrightarrow x^2-4x+3=\frac{1}{x-1} \Leftrightarrow (x-1)(x^2-4x+3)=1$ $\Leftrightarrow x^3-4x^2+3x-x^2+4x-3-1=0 \Leftrightarrow x^3-5x^2+7x-4=0$
	ب	بما أن Cf و Cg يتقاطعان في نقطة وحيدة ، فإن المعادلة (E) تقبل حلا و حيدا
		: في السؤال الأخير غير مطلوب تحديد الحل أو الحلول،فقط عدد الحلول إن وجدت.

تمرين 9

$f(x)=x^2-x$ و $g(x)=\sqrt{|x|}$ و $(\Delta):\ y=-2x+2$

1

أ

f عبارة عن دالة حدودية من الدرجة الثانية ، إذن تمثيلها المبياني عبارة عن شلجم رأسه :

$$\frac{-b}{2a}=\frac{-(-1)}{2}=\frac{1}{2}$$

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f(x)$		↘	$\frac{-1}{4}$	↗	

لدينا : $Dg=\{x\in IR/\ |x|\geq 0\}=IR$

و $\forall x\in IR\ \ g(-x)=\sqrt{|-x|}=\sqrt{|x|}=g(x)$

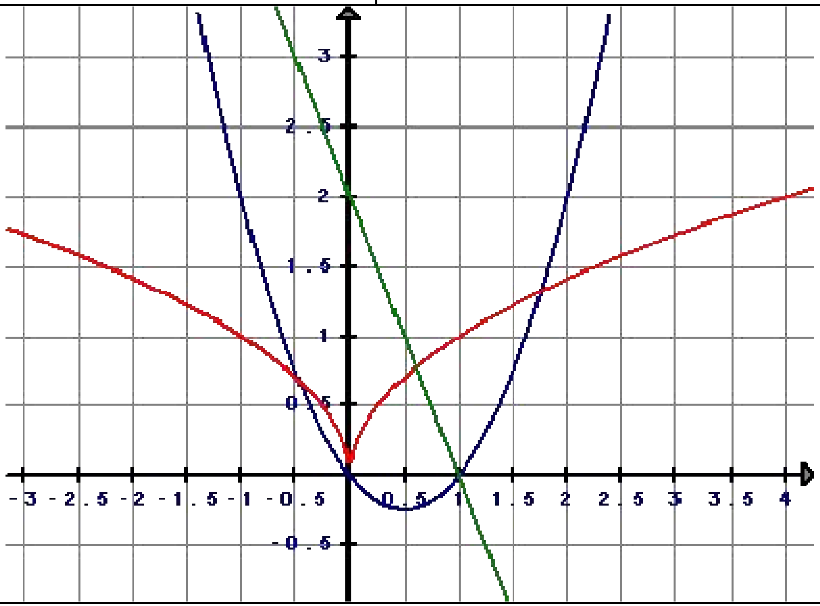
إذن : g دالة زوجية

من جهة أخرى : $\forall x\in IR^{+}\ \ g(x)=\sqrt{x}$

إذن جدول تغيراتها هو :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g(x)$		↘	0	↗	

ب



2

المعادلة $\sqrt{|x|}+2x=2$ تكافئ $g(x)=-2x+2$

مبيانيا نجد أن Cg و (Δ) يتقاطعان في نقطة واحدة، إذن المعادلة السابقة تقبل حلا وحيدا.

3

لنحدد جبريا إحداثيتي نقط تقاطع (C_f) و (Δ)

من أجل ذلك نحل أولا المعادلة : $f(x)=-2x+2$ أي : $x^2-x=-2x+2$ أي : $x^2-x+2x-2=0$

أي $x^2+x-2=0$ ، لدينا: $\Delta=1+8=9$ منه : $x=\frac{-1+3}{2}=1$ أو $x=\frac{-1-3}{2}=-2$

إذن (C_f) و (Δ) يتقاطعان في النقطتين : $E(1,\ f(1))$ و $F(-2,\ f(-2))$ أي : $\boxed{E(1,0)\ \text{و}\ F(-2,\ 6)}$

4

أ

مبيانيا نجد أن:

حل المتراجحة $g(x)\leq 3$ هو : $S=[-9;9]$

و حل المتراجحة $g(x)\geq 2$ هو : $S=]-\infty,-4]\cup[4,+\infty[$

و حل المتراجحة $-2x+2<f(x)<2$ هو : $S=(]-\infty,-2]\cup[1,+\infty[)\cap[-1,2]=[1;2]$

ب

$g\left(\left[0;\frac{1}{4}\right]\right)=\left[0;\frac{1}{2}\right[$ و $g\left(\left[\frac{1}{4};+\infty\right[\right)=\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$

$f([-2;1])=\left[\frac{-1}{4};6\right]$ و $f([2;+\infty[)=[2;+\infty[$

و $f(]-\infty;0])=[0;+\infty[$

تمرين 9

5	لدينا : $Dh=IR^{+}$ و $\forall x\in IR^{+}\ \ h(x)=x-\sqrt{x}=\left(\sqrt{x}\right)^{2}-\sqrt{x}=f\left(\sqrt{x}\right)=f\left(g(x)\right)=f\circ g(x)$	
6	رتابة الدالة h على $\left[0;\frac{1}{4}\right[$ لدينا g تزايدية على $\left[0;\frac{1}{4}\right[$ لدينا $g\left(\left[0;\frac{1}{4}\right[\right)=\left[0;\frac{1}{2}\right[$ لدينا f تناقصية على $\left[0;\frac{1}{2}\right[$ إذن h تناقصية على $\left[0;\frac{1}{4}\right[$	رتابة الدالة h على $\left[\frac{1}{4};+\infty\right[$ لدينا g تزايدية على $\left[\frac{1}{4};+\infty\right[$ لدينا $g\left(\left[\frac{1}{4};+\infty\right[\right)=\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$ لدينا f تزايدية على $\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$ إذن h تزايدية على $\left[\frac{1}{4};+\infty\right[$
	: بعض المراحل تم تجاوزها إما لكونها واضحة أو لكونها تتطلب شروحات كثيرة	