سلسلة:عموميات حول الدوال

تمرين1

نعتبر f الدالة العددية للمتغير الحقيقي حيث

$$f(x)=x+\sqrt{x^2-x}$$

1- حدد D_f

2- بين أن f مكبورة بالعدد $\frac{1}{2}$ على $]-\infty;0[$

تمرين2

نعتبر f الدالة العددية للمتغير الحقيقي المعرفة بـ

$$f(x)=\frac{|x|+1}{x^2+1}$$

1- بين أن f زوجية.

2- أ- بين أن f محدودة على $[1;+\infty[$

ب- بين أن f مصغورة بالعدد 1 على $[-1;0]$

3- أدرس رتابة f على كل من $]-1+\sqrt{2};+\infty[$ و $\left]0;-1+\sqrt{2}\right]$ ثم أعط جدول تغيرات f على $\mathbb{R}$

استنتج مطاريف الدالة f.

تمرين3

نعتبر f و g دالتين عدديتين لمتغير حقيقي حيث

$$f(x)=x^2-2x \quad ; \quad g(x)=\frac{-2x-1}{-2x+1}$$

1 - حدد مجموعة تعريف الدالة g

2 - أعط جدول تغيرات لكل دالة من الدالتين f و g

3- أ) حدد تقاطع C_f و محور الافاصيل

ج) أنشئ المنحنيين C_f وC_g في نفس المعلم المتعامد الممنظم$\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

4- أ) بين أن

$$\forall x\in\mathbb{R}-\left\{\frac{1}{2}\right\} \quad g(x)=f(x)\Leftrightarrow -2x^3+5x^2+1=0$$

ب) بين مبيانيا أن المعادلة $-2x^3+5x^2+1=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\frac{5}{2}\prec\alpha\prec 3$

ج) حل مبيانيا المتراجحة $f(x)\geq g(x)$

د) حدد مبيانيا $f\left(]-1;2]\right)$

5- نعتبر الدالة العددية h للمتغير الحقيقي x حيث

$$h(x)=\frac{x-2x\sqrt{x}}{x^2}$$

أ) تأكد أن $\forall x\in]0;+\infty[\quad h(x)=f\circ t(x)$ حيث

$$t(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$$

ب) بين أن t تناقصية على $]0;+\infty[$

ج) بين جبريا أن $t(]1;+\infty[)=]0;1[$

د) باستعمال مركب دالتين حدد رتابة h على $]1;+\infty[$

تمرين4

نعتبر f و g الدالتين العدديتين للمتغير الحقيقي المعرفتين بـ $f(x)=\sqrt{x+2}$; $g(x)=x^3-1$

C_f و C_g المنحنيين الممثلين لـ f و g على التوالي في مستوى منسوب إلى معلم م.م.

1- أعط جدول تغيرات كل من f و g

2- أنشئ C_f و C_g.

3- بين مبيانيا أن المعادلة $x^3-\sqrt{x+2}-1=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1\prec\alpha\prec\frac{3}{2}$

تمرين5

نعتبر f و g الدالتين العدديتين للمتغير الحقيقي المعرفتين بـ $f(x)=\frac{-3x+1}{2x+1}$; $g(x)=-3x^2-2x+1$

1- تأكد أن $\frac{1}{3}$ حل للمعادلة $f(x)=g(x)$

2- أنشئ C_f و C_g.

3- أ- حدد مبيانيا

$$f\left(\left]\frac{-1}{2};+\infty\right[\right) \quad ; \quad f\left(\left]\frac{-1}{2};1\right[\right)$$

$$g\left(\mathbb{R}^+\right) \quad ; \quad g(]-2;-1[) \quad ; \quad g\left(\left]-1;\frac{1}{3}\right[\right)$$

4- حدد جبريا $g\left(\left]-1;\frac{1}{3}\right[\right)$; $f\left(\left]\frac{-1}{2};1\right[\right)$

تمرين6

نعتبر f الدالة العددية للمتغير الحقيقي المعرفة بـ $f(x)=\sqrt{x-2}$

بين مبيانيا أن $f(]3;+\infty[)=]1;+\infty[$ ثم بين ذلك جبريا

تمرين7

f الدالة العددية معرفة بجدول تغيراتها التالي

x	-2		0		1		5
f	-1	↗	4	↘	-5	↗	3

حدد $f([-2;0])$ و $f([1;5])$ و$f([0;5])$ و$f([-2;1])$ و $f([-2;5])$

سلسلة:عموميات حول الدوال

تمرين8

نعتبر f و g الدالتين العدديتين للمتغير الحقيقي المعرفتين بـ

$$f(x)=3x-1 \quad ; \quad g(x)=x^2+1$$

1- حدد $f\circ g$; $g\circ f$

2- باستعمال تغيرات f و g حدد تغيرات $f\circ g$ و $g\circ f$

تمرين7

نعتبر f و g الدالتين العدديتين للمتغير الحقيقي المعرفتين بـ $f(x)=\dfrac{-x}{x+2}$; $g(x)=\sqrt{x+1}$

1- حدد D_f و D_g ثم استنتج $D_{g\circ f}$

2- حدد تغيرات f و g ثم استنتج تغيرات $g\circ f$

تمرين9

نعتبر f الدالة العددية للمتغير الحقيقي المعرفة بـ

$$f(x)=\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2$$

1- حدد D_f

2- أدرس تغيرات f على كل من المجالات $[1;+\infty[$ و $[-1;1[$ و $]-\infty;-1[$ (باستعمال مركبة دالتين)

تمرين10

لتكن f دالة عددية معرفة على $]-\pi;\pi]$ ب $f(x)=\cos x$

1- أعط جدول تغيرات f

2- نعتبر الدالة h المعرفة بـ $h(x)=2\cos^2 x-2\cos x$

أ/ حدد دالة g حيث $h(x)=g\circ f(x)$

ب/ أعط جدول تغيرات g

ج/حل المتراجحة $\cos x\geq\dfrac{1}{2}$ $x\in]-\pi;\pi]$

د/ باستعمال مركبة دالتين أدرس تغيرات الدالة h

تمرين11

نعتبر f و g الدالتين العدديتين للمتغير الحقيقي المعرفتين بـ $f(x)=\sqrt{x+1}$; $g(x)=-x^2+2x+2$

1- ضع جدول تغيرات كل من f و g

2- أحسب $g\circ f(x)$ لكل x من $[-1;3]$

3- أدرس تغيرات $g\circ f$ على $[-1;3]$

تمرين12

نعتبر الدالتين العدديتين f و g المعرفتين بـ

$$f(x)=\sqrt{x-3} \quad ; \quad g(x)=\frac{x-3}{x+3}$$

1- حدد D_f ; D_g ثم حدد $D_{g\circ f}$

2- أنشئ C_f ; C_g في نفس المعلم المتعامد الممنظم

3- أ- حل مبيانيا $g(x)\prec 0$

ب- حل مبيانيا $g(x)\succ f(x)$

4- نعتبر الدالة العددية h المعرفة بـ $h(x)=\dfrac{\sqrt{x-3}-3}{\sqrt{x-3}+3}$

أ- بين أن h مكبورة بالعدد 1 و أن- قيمة دنيا مطلقة لـ h

ب- استنتج تغيرات الدالة h.

تمرين13

$$f(x)=2x^2+3x+1 \quad ; \quad g(x)=2x-1$$

$$h(x)=\frac{4x^2-4x-1}{8x^2-8x+1}$$

1- حدد $f\circ g$; $g\circ f$; $h\circ g$

2- حدد دالتين t و l حيث $h=t\circ g$ و $f=l\circ g$

تمرين14

نعتبر f و g الدوال العددية للمتغير الحقيقي المعرفة بـ

$$f(x)=x+2-\sqrt{x+2} \quad ; \quad g(x)=x^2-x$$

$$h(x)=\sqrt{x+2}$$

1- أ/ حدد D_f

ب/ بين أن $\forall x\in D_f \quad f(x)\geq-\dfrac{1}{4}$

ج/ حل المعادلة $f(x)=2$

2- أ/ حدد تغيرات h و أنشئ C_h

ب/حدد مبيانيا $h([-2;0])$ و $h([2;+\infty[)$

ج/ أعط جدول تغيرات g

د/ تحقق أن $\forall x\in D_f \quad f(x)=g\circ h(x)$

استنتج رتابة f على كل من $\left[-2;-\dfrac{7}{4}\right]$ و $\left[-\dfrac{7}{4};+\infty\right[$

تمرين15

تصنع شركة منتوجا A اذا علمت أن كل وحدة من المتوج A تباع بثمن 400 درهم و مصروف x وحدة من المنتوج A محددة بالعلاقة $C(x)=0,02x^2+160x+400$

1- حدد عدد الوحدات المصنوعة من المنتوج A لكي يكون الربح قصويا

2- ما قيمة هذا الربح

تمرين16

اشترى شخص قطعة أرضية مستطيلة الشكل محيطها 200 متر بثمن إجمالي P_T

حدد بعدي هذه القطعة لكي يكو ثمن المتر مربع دنويا.