التمرين 1 : نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي :

$u_0=\frac{3}{2}$ و $u_{n+1}=(u_n-1)^2+1\ ;\ (n\in\mathbb{N})$

1) احسب u_1 و u_2

2) أ- بين بالترجع أن : $(\forall n\in\mathbb{N});1\le u_n\le\frac{3}{2}$

ب- ادرس رتابة (u_n)

3) أ- بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N});0\le u_{n+1}-1\le\frac{1}{2}(u_n-1)$

ب- استنتج أن : $(\forall n\in\mathbb{N});\ u_n-1\le\frac{1}{2^{n+1}}$

التمرين 2 :

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي :

$u_0=2$ و $(\forall n\in\mathbb{N})u_{n+1}=\frac{-1+2u_n}{u_n}$

ونضع لكل n من $\mathbb{N}$ $v_n=\frac{1}{-1+u_n}$

1) بين أن (v_n) متتالية حسابية محددا عناصرها.

2) حدد v_n ثم u_n بدلالة n

3) أحسب $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$ بدلالة n

التمرين 3 :

لتكن (u_n) و (v_n) المتتاليتين العدديتين الموجبتين قطعا والمعرفتين بما يلي : $u_0=1$ و $v_0=2$ و $u_{n+1}=\sqrt{u_nv_n}$ و

$v_{n+1}=\frac{u_n+v_n}{2}$ لكل n من $\mathbb{N}$.

1) احسب u_1 و v_1

2) بين بالترجع أن : $(\forall n\in\mathbb{N});\ u_n\le v_n$

3) بين أن المتتالية (u_n) تزايدية

4) بين أن المتتالية (v_n) تناقصية

التمرين 4 : نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي:

$u_0=1$ و $(\forall n\in\mathbb{N}).\ u_{n+1}=\frac{4u_n-9}{u_n-2}$

1) احسب u_1 و u_2

2) نضع : $(\forall n\in\mathbb{N});\ v_n=\frac{1}{u_n-3}$

أ- بين أن (v_n) متتالية حسابية

ب- حدد v_n ثم u_n بدلالة n

التمرين 5 :

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0=2$ و

$(\forall n\in\mathbb{N});\ u_{n+1}=\frac{3u_n+2}{2u_n+3}$

نضع : $(\forall n\in\mathbb{N});\ v_n=\frac{u_n-1}{u_n+1}$

1) بين بالترجع أن : $(\forall n\in\mathbb{N});\ u_n>0$

2) احسب v_0 و v_1 وبين أن $(\forall n\in\mathbb{N});\ v_n\neq 1$

3) أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية محددا أساسها وحدها الأول

ب- حدد u_n بدلالة n

ج- حدد المجموع $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$

التمرين 6 :

1) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $I=[1;+\infty[$ بما يلي : $f(x)=\frac{7x+3}{3x+7}$

أدرس رتابة f على I ثم بين أن $f(I)\subset I$

2) نعتبر المتتالية $(u_n)_{n>0}$ المعرفة بما يلي :

$u_1=\frac{7}{3}$ و لكل n من $\mathbb{N}^*$: $u_{n+1}=f(u_n)$

a) بين أن $(u_n)_{n>0}$ مصغورة بالعدد 1

b) بين أن $(u_n)_{n>0}$ تناقصية

3) نضع $\forall n\in\mathbb{N}^*\ v_n=\frac{u_n-1}{u_n+1}$

a) بين أن $(v_n)_{n\ge1}$ متتالية هندسية

b) أحسب v_n ثم u_n بدلالة n

c) أحسب المجموع : $S_n=v_1+v_2+\cdots+v_n$

التمرين 7 : في فاتح يناير من سنة 1997 كان يشتغل في مقاولة كبيرة 2500 مستخدم .

أثبتت دراسة أنه في فاتح يناير من كل سنة يحال على التقاعد 10% من المستخدمين، ولتعويض حاجيات المقاولة من اليد العاملة، يتم تشغيل 120 من المستخدمين الجدد.

A- لكل n من $\mathbb{N}$ نرمز ب u_n لعدد المستخدمين في الفاتح من يناير سنة $1997+n$

1) احسب u_1

2) بين أنه لكل n من $\mathbb{N}$ لدينا: $u_{n+1}=0,9u_n+120$

3) نضع لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n=u_n-1200$

أ- بين أن (v_n) هندسية محددا أساسها وحدها الأول

ب- أكتب v_n ثم u_n بدلالة n

B- 1) كم هو تقريبا عدد المستخدمين سنة 2007 ؟

2) بعد كم سنة سيقل عدد المستخدمين عن 1360 مستخدما؟

3) ما هو مجموع المستخدمين الدين أحيلوا على التقاعد إلى غاية سنة 2007