المتتاليات

تمرين1

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 1}$ المعرفة بـ

$u_1 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1$

1- أحسب u_2 ; u_3

2- بين أن $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n \prec 2$

3- بين أن $(u_n)_{n\geq 1}$ تزايدية .

تمرين2

لتكن (u_n) و (v_n) المتتاليتين المعرفتين بما يلي

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 5 - \frac{9}{u_n + 1} \end{cases} \qquad v_n = \frac{1}{u_n - 2}$$

بين أن (v_n) متتالية حسابية و أحسب v_n بدلالة n

تمرين3

نعتبر المتتاليتين (u_n)و(v_n) المعرفتين بـ

$$\begin{cases} u_0 = 1 \ ; \ u_1 = 3 \\ u_{n+2} = 2u_{n+1} - u_n \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = u_{n+1} - u_n$

1- بين أن (v_n) متتالية ثابتة .

2- استنتج أن (u_n) متتالية حسابية و حدد عناصرها المميزة .

3- أحسب $S_n = \sum_{i=1}^{i=n} v_i$ بدلالة n.

ثم أحسب $S'_n = \sum_{i=1}^{i=n} u_i$ بدلالة n.

تمرين4

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 1}$ المعرفة بـ

$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2 \end{cases}$$

1- أحسب u_2 ; u_3

2- بين أن $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n \prec 3$

3- أدرس رتابة $(u_n)_{n\geq 1}$ و استنتج أن

$\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n \geq 2$

4- نعتبر المتتالية العددية $(v_n)_{n\geq 1}$ المعرفة بـ

$v_n = u_n - 3$

أ- بين أن $(v_n)_{n\geq 1}$ متتالية هندسية و أحسب v_n بدلالة n .

ب- أحسب $S_n = \sum_{i=1}^{i=n} u_i$ بدلالة n

تمرين5

لتكن $(u_n)_{n\geq 1}$ و $(v_n)_{n\geq 1}$ متتاليتين عدديتين معرفتين بما يلي $u_1 = 2$

$$\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_{n+1} = \frac{5u_n + 3}{u_n + 3} \quad ; \quad v_n = \frac{u_n - 3}{u_n + 1}$$

1- أحسب u_2 و u_3 و v_2

2- بين أن $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad 0 \leq u_n \leq 3$

3- أدرس رتابة $(u_n)_{n\geq 1}$

4- أ- بين أن $(v_n)_{n\geq 1}$ متتالية هندسية و أحسب v_n بدلالة n

ب- أحسب بدلالة n المجموع $S_n = \sum_{i=1}^{i=n} v_i$

تمرين 6

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ:

$$\begin{cases} u_0 = -1 \ ; \ u_1 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+2} = u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n \end{cases}$$

1- أحسب u_2 ; u_3

2- نعتبر المتتاليتين (a_n) و (b_n) حيث

$$a_n = u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n \quad ; \quad b_n = 2^n u_n$$

أ- بين أن (a_n) متتالية هندسية و أحسب a_n بدلالة n

ب- بين أن (b_n) متتالية حسابية و أحسب b_n بدلالة n

ت- استنتج u_n بدلالة n

تمرين7

لتكن $(u_n)_{n\geq 1}$ و $(v_n)_{n\geq 1}$ متتاليتين عدديتين معرفتين بما يلي

$$\begin{cases} v_1 = 12 \\ v_{n+1} = \frac{u_n + 3v_n}{4} \end{cases} \qquad \forall n \in \mathbb{N}^* \quad \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 2v_n}{3} \end{cases}$$

1- نضع $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad w_n = v_n - u_n$

بين أن $(w_n)_{n\geq 1}$ متتالية هندسية و أحسب w_n بدلالة n

2-- أ- بين أن $(u_n)_{n\geq 1}$ متتالية تزايدية و أن $(v_n)_{n\geq 1}$ متتالية تناقصية

ب- بين أن $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n \prec v_n$

ج- استنتج أن $(u_n)_{n\geq 1}$ مكبورة و أن $(v_n)_{n\geq 1}$ مصغورة