

التمرين الأول:

أحسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + \sqrt{3x^2}}{x^4 - x} \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x-1)(3-x^3)}{5x^4} \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} -2x^3 + x^2 - 3 \quad (1)$$

0.5x3

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 4x + 3}{(x+1)^3} \quad (6)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 3x}{2 - 2x} \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 4} \quad (4)$$

1x3

التمرين الثاني:

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{5u_n}{2u_n + 3} \end{cases}; (\forall n \in \mathbb{N})$$

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي :

(1) أحسب  $u_1$

0.5

(2) أ- بين بالترجع أن  $u_n > 1$  ( $\forall n \in \mathbb{N}$ ).

1.5

ب- بين أن المتتالية  $(u_n)$  تناقصية ثم استنتج  $1 < u_n \leq 2$  ( $\forall n \in \mathbb{N}$ ).

0.5+1.5

(2) نضع لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n}$

أ- بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها  $q = \frac{3}{5}$ .

1.5

ب- حدد  $v_n$  بدلالة  $n$ .

1

ج- بين أن:  $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_n = \frac{2}{2 - \left(\frac{3}{5}\right)^n}$ .

1

(4) أ- بين أن:  $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_{n+1} \leq \frac{5}{3}u_n$ .

1

ب- استنتج أن:  $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_n \leq 2\left(\frac{5}{3}\right)^n$ .

1

التمرين الثالث:

$$\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n}{3u_n + 2} \end{cases}; (\forall n \in \mathbb{N}^*)$$

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \geq 1}$  المعرفة بما يلي :

نضع لكل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$  :  $v_n = \frac{2}{u_n}$

(1) بين أن المتتالية  $(v_n)_{n \geq 1}$  حسابية أساسها  $r = 3$ .

1.5

(2) حدد  $v_n$  ثم  $u_n$  بدلالة  $n$ .

1+1

(3) أحسب  $S = v_1 + v_2 + \dots + v_{20}$

1

(4) نضع لكل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$  :  $w_n = v_n + 5^n$

أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n = w_1 + w_2 + \dots + w_n$

1.5