CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI – MONTPELLIER – M. QUET

EXERCICE 4A.1

1. On a regroupé dans ce tableau l'âge des 4 joueurs de tennis :

х	23	25	27	29		
x^2	529	625	729	841		

a. Moyenne des âges :
$$\bar{x} = \frac{23 + 25 + 27 + 29}{4} = \frac{104}{4} = 26$$

b. Calculer la moyenne des (âges)²:
$$\frac{529+625+729+841}{4} = \frac{2724}{4} = 681$$

c. Calculer la variance de deux manières différentes puis l'écart-type de cette série :

$$V_{1} = \frac{\left(23 - 26\right)^{2} + \left(25 - 26\right)^{2} + \left(27 - 26\right)^{2} + \left(29 - 26\right)^{2}}{4} = \frac{\left(-3\right)^{2} + \left(-1\right)^{2} + \left(+1\right)^{2} + \left(+3\right)^{2}}{4} = \frac{9 + 1 + 1 + 9}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

$$V_{2} = \frac{23^{2} + 25^{2} + 27^{2} + 29^{2}}{4} - 26^{2} = \frac{529 + 625 + 729 + 841}{4} - 26^{2} = 681 - 676 = 5$$

$$\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{5} \approx 2,23$$

EXERCICE 4A.2

1. On a regroupé dans ce tableau l'âge des 11 joueurs d'une équipe de football :

âge	21	24	26	28
effectif	2	3	4	2

a. Calculer la moyenne des âges :
$$\bar{x} = \frac{21 \times 2 + 24 \times 3 + 26 \times 4 + 28 \times 2}{2 + 3 + 4 + 2} = \frac{42 + 72 + 104 + 56}{11} = \frac{274}{11} \approx 24,91$$

b. Calculer la moyenne des (âges)²:

$$\frac{21^2 \times 2 + 24^2 \times 3 + 26^2 \times 4 + 28^2 \times 2}{2 + 3 + 4 + 2} = \frac{441 \times 2 + 576 \times 3 + 676 \times 4 + 784 \times 2}{11} = \frac{882 + 1728 + 2704 + 1568}{11}$$
$$= \frac{6882}{11} \approx 625,6364$$

c. Calculer la variance de deux manières différentes puis l'écart-type de cette série :

$$\begin{split} V_1 &= \frac{n_1 \times \left(x_1 - \overline{x}\right)^2 + n_2 \times \left(x_2 - \overline{x}\right)^2 + \dots + n_4 \times \left(x_4 - \overline{x}\right)^2}{n_1 + n_2 + \dots + n_4} \\ V_1 &= \frac{2 \times \left(21 - 24, 91\right)^2 + 3 \times \left(24 - 24, 91\right)^2 + 4 \times \left(26 - 24, 91\right)^2 + 2 \times \left(28 - 24, 91\right)^2}{11} \\ &= \frac{2 \times \left(-3, 91\right)^2 + 3 \times \left(-0, 91\right)^2 + 4 \times 1, 09^2 + 2 \times 3, 09^2}{11} \\ &= \frac{2 \times 15, 2881 + 3 \times 0, 8281 + 4 \times 1, 1881 + 2 \times 9, 5481}{11} \\ &= \frac{30, 5762 + 2, 4843 + 4, 7524 + 19, 0962}{11} = \frac{56, 9091}{11} \approx 5,1736 \\ V_2 &= \frac{n_1 \times x_1^2 + n_2 \times x_2^2 + \dots + n_4 \times x_4^2}{n_1 + n_2 + \dots + n_4} - \frac{-2}{x} \\ V_2 &= \frac{2 \times 21^2 + 3 \times 24^2 + 4 \times 26^2 + 2 \times 28^2}{2 + 3 + 4 + 2} - 24, 91^2 = 625, 6364 - 620, 5081 = 5,1283 \end{split}$$

L'imprécision au centième est logique car on n'a gardé que deux décimales pour la moyenne.

Prenons
$$V \simeq 5{,}15 \rightarrow \sigma = \sqrt{V} = \sqrt{5{,}15} \simeq 2{,}27$$