

Activité 1 Médiane et écart interquartile

OBJECTIFS

Revoir : les fréquences cumulées ; la médiane ; les quartiles ; l'étendue ; l'écart interquartile.

Découvrir : les déciles ; le diagramme en boîte.

Une étude portant sur la répartition de 150 familles selon le nombre de pièces de leur logement a donné les résultats consignés dans le tableau suivant :

Nombre de pièces	1	2	3	4	5	6	7
Effectif	14	23	31	7	57	10	8

- 1 Dresser le tableau des effectifs cumulés croissants et le tableau des fréquences cumulées croissantes.
- 2
 - a. Compléter les phrases suivantes :
 - On appelle premier quartile, noté Q_1 , le plus petit nombre de pièces à partir duquel on peut être sûr qu'au moins ... % des familles habitent dans un logement comportant un nombre de pièces inférieur ou égal à ce nombre Q_1 .
 - On appelle médiane, notée M , la valeur qui partage la série en ... groupes (ensembles, parties) de même effectif tels que :
 - l'un des groupes contient les données ... à cette valeur ;
 - l'autre groupe contient les données ... à cette valeur.
 - On appelle, troisième quartile, noté Q_3 , le plus petit nombre de pièces à partir duquel on peut être sûr qu'au moins ... % des familles habitent dans un logement comportant un nombre de pièces inférieur ou égal à ce nombre Q_3 .
 - b. Déterminer M , Q_1 et Q_3 .

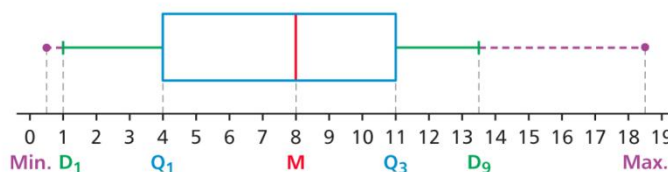
- 3
 - a. Déterminer le nombre D_1 correspondant au plus petit nombre de pièces à partir duquel on peut être sûr qu'au moins 10 % des familles habitent dans un logement comportant un nombre de pièces inférieur ou égal à ce nombre D_1 .

- 3
 - b. Déterminer de même le nombre D_9 correspondant au plus petit nombre de pièces à partir duquel on peut être sûr qu'au moins 90 % des familles habitent dans un logement comportant un nombre de pièces inférieur ou égal à ce nombre D_9 .

Commentaire

Les nombres D_1 et D_9 sont appelés respectivement **le premier décile** et **le neuvième décile** de la série. Il existe 9 déciles qui partagent en 10 la série.

- 4 Le graphique utilisé pour représenter ces caractéristiques de position est appelé un **diagramme en boîte** ou **boîte à moustaches**. Il se présente de la manière suivante :



- 5
 - a. Construire le diagramme en boîte correspondant à la série donnée.
 - b. À quel pourcentage de l'effectif correspond chacun des deux morceaux de la boîte ? Ont-ils la même taille ?
- 6
 - a. Citer deux paramètres (caractéristiques) de dispersion découverts en seconde, puis les calculer pour la série donnée.
 - b. En utilisant la question 2, quelle nouvelle caractéristique de dispersion peut-on définir à l'aide d'une différence ?
- 6 Expliquer quelles sont les informations précises, données par la médiane et par l'écart interquartile sur la série.

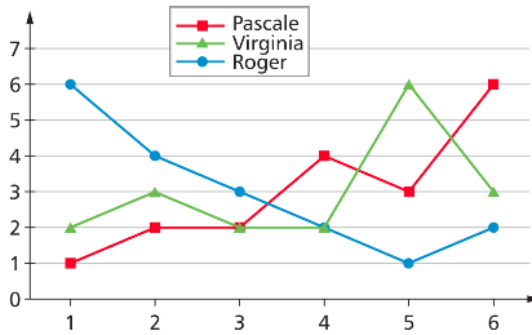
Activité 2 Découvrir d'autres caractéristiques de dispersion

OBJECTIFS

Revoir : la moyenne.

Découvrir : la variance et l'écart type.

Le directeur d'une entreprise veut récompenser le meilleur de ses trois employés, Virginia, Roger et Pascale, en lui offrant un séjour de huit jours au Maroc. Pour cela, il étudie leurs chiffres d'affaires (en milliers d'euros) pendant les six premiers mois de l'année :



a. En premier lieu, il décide d'offrir le voyage à celui qui a la meilleure moyenne de chiffres d'affaires.

Pour chaque employé, compléter la 1^{re} ligne (correspondant aux chiffres d'affaires des six premiers mois et à la moyenne) du tableau ci-dessous.

Mois	1	2	3	4	5	6	Moyennes
Chiffres d'affaires							$\bar{x} =$
Écarts à la moyenne							V =
(Écarts à la moyenne) ²							$\sigma =$

Quelle conclusion peut en tirer le directeur ?

b. En second lieu, il décide de récompenser celui qui a été le plus régulier : pour chaque employé, compléter la 2^e ligne du tableau, qui correspond aux écarts entre les chiffres d'affaires et la moyenne, puis calculer la moyenne de ces écarts.

Quelle conclusion peut en tirer le directeur ?

c. Ne pouvant toujours pas départager ses employés, le directeur comprend que ce sont les signes qu'il a laissés devant ses écarts qui en sont responsables, aussi décide-t-il de calculer les carrés de ces écarts en complétant la 3^e ligne du tableau de chaque employé.

Calculer par la moyenne de ces carrés des écarts.

Le directeur peut-il alors décider de son choix ?

d. Finalement, il calcule la racine carrée de cette variance.

Calculer cette valeur pour les trois employés.

Pourquoi, en statistiques, préfère-t-on l'écart type à la variance ?

Commentaire

La moyenne des carrés des écarts à la moyenne s'appelle la variance et on la note V.

Commentaire

La racine carrée de la variance s'appelle l'écart type et on le note σ .

EXERCICE 1**Somme des écarts à la moyenne**

On considère une série statistique S de p valeurs discrètes notées x_1, x_2, \dots, x_p observées respectivement n_1, n_2, \dots, n_p fois. On note \bar{x} la moyenne de la série S .

Démontrer que :
$$\sum_{i=1}^{i=p} n_i(x_i - \bar{x}) = 0.$$

EXERCICE 2

On considère une série statistique de p valeurs discrètes, x_1, x_2, \dots, x_p , pondérées par les effectifs n_1, n_2, \dots, n_p . On appelle N l'effectif total, \bar{x} la moyenne

de la série et f la fonction $x \mapsto \sum_{i=1}^{i=p} n_i(x_i - x)^2$.

a. Montrer que pour tout réel x , $f'(x) = 2N(x - \bar{x})$.

b. Déterminer la valeur de x qui minimise f .