

EXERCICE 3A.1

Une entreprise fabrique des chaudières.

On considère 80% des chaudières du stock sont sans aucun défaut. On prélève un échantillon de 200 chaudières prélevées au hasard et avec remise dans ce stock.

- Soit X la variable aléatoire correspondant au nombre de chaudières sans défaut. On admet que X suit une loi binomiale. Quels sont ses paramètres ?
- Calculer la probabilité d'avoir exactement 80 chaudières sans défaut.
- Calculer la probabilité d'avoir plus de 60% de chaudières sans défaut
- A l'aide de la machine, déterminer un intervalle de fluctuation de la fréquence de chaudières sans défaut dans l'échantillon, avec le coefficient de confiance 95%. Arrondir les bornes à 10^{-2} .
- On considère l'affirmation suivante : « La proportion de chaudières sans défaut dans tout échantillon de 200 chaudières est obligatoirement dans l'intervalle obtenu à la question **d.** ». Est-elle vraie ? (On ne demande pas de justification).

EXERCICE 3A.2

Dans cette partie, on considère les bottes de paille produites le 22 juillet 2011. On prélève au hasard un échantillon de 50 bottes de paille dans cette production, sachant que 74% des bottes de paille du stock sont conformes aux normes d'isolation.

- Soit X la variable aléatoire correspondant au nombre de bottes de paille conformes aux normes. On admet que X suit une loi binomiale. Quels sont ses paramètres ?
- Déterminer un intervalle de confiance de la proportion de bottes de paille conformes aux normes avec le coefficient de confiance 95%. Arrondir les bornes à 10^{-2} .
- On considère l'affirmation suivante : « La proportion de bottes de paille conformes est obligatoirement dans l'intervalle de confiance obtenu à la question **a.** ». Est-elle vraie ? (On ne demande pas de justification).

EXERCICE 3A.3

Une fabrique de desserts dispose d'une chaîne automatisée pour remplir des pots de crème glacée.

Dans le cadre d'un fonctionnement correct de la chaîne de production, on admet que la proportion p de pots conformes dans la production est 98 %.

- Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique à 95 % de la fréquence des pots conformes pour un échantillon de taille 120.
- On contrôle régulièrement la chaîne de production en prélevant des échantillons de 120 pots de manière aléatoire. Au cours d'un de ces contrôles, un technicien compte 113 pots conformes.
En utilisant l'intervalle de fluctuation précédent, prendra-t-on la décision d'effectuer des réglages sur la chaîne de production?

EXERCICE 3A.4

Une entreprise fabrique en grande série des barres de pâte d'amande.

Lors d'un contrôle, le responsable qualité prélève de façon aléatoire un échantillon de 300 barres de pâte d'amande dans la production et constate que 280 barres de pâte d'amande sont conformes.

On admet que, lorsque la machine est correctement réglée, la proportion de barres de pâte d'amande conformes dans l'ensemble de la production est de 97 %. On souhaite savoir si le réglage de la machine peut être jugé satisfaisant.

- Donner l'intervalle de fluctuation asymptotique à 95% de la fréquence des barres de pâte d'amande de masse conforme obtenue sur un échantillon de taille 300 (les bornes de l'intervalle seront arrondis à 10^{-3} près).
- Le résultat obtenu lors du contrôle qualité remet-il en question le réglage de la machine ?

EXERCICE 3A.5

Une entreprise produit en grande quantité des pièces détachées destinées à l'industrie. L'objectif de cet exercice est d'étudier l'exploitation de divers outils mathématiques pour analyser la qualité de cette production.

A. Loi binomiale

Les pièces produites par l'entreprise sont livrées par lots de 20.

On note D l'événement : « une pièce prélevée au hasard dans la production n'est pas conforme ».

On suppose que $P(D) = 0,02$.

On prélève au hasard 20 pièces dans la production. La production est assez importante pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage aléatoire avec remise.

On considère la variable aléatoire X qui, à un lot de 20 pièces, associe le nombre de pièces non conformes qu'il contient.

- Justifier que la variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres 20 et 0,02.
- Calculer la probabilité $P(X = 0)$.
- Calculer la probabilité qu'il y ait au moins une pièce non conforme dans ce lot de 20 pièces.
- Calculer l'espérance mathématique $E(X)$ de cette variable aléatoire et interpréter le résultat.

B. Intervalle de fluctuation

Le cahier des charges établit que la proportion de 2% de pièces non conformes dans la production est acceptable.

- Donner l'intervalle de fluctuation asymptotique à 95% de la fréquence des pièces non conformes dans un échantillon de taille 80.

On veut savoir si la machine de production est correctement réglée. Pour cela on prélève au hasard dans la production un échantillon de taille 80 dans lequel 3 pièces se révèlent être non conformes.

- Quelle est la fréquence des pièces non conformes dans l'échantillon prélevé ?
- La machine de production doit-elle être révisée ? Justifier votre réponse.