Fonctions de référence
Variation des fonctions associées

Ensemble de définition

EXERCICE 1

Déterminer l'ensemble de définition D_f des fonctions suivantes :

1) $f(x) = \dfrac{3-x}{2x+3}$
2) $f(x) = \dfrac{2x+1}{x^2-4x}$
3) $f(x) = \dfrac{1-x^2}{1+x^2}$
4) $f(x) = \sqrt{2-x}$
5) $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$
6) $f(x) = \sqrt{x^2+x}$
7) $f(x) = \sqrt{9+x^2}$

Résolution graphique

EXERCICE 2

On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 7x + 21$

1) Visualiser la fonction f sur votre calculatrice. On prendra comme fenêtre : $X \in [-2,5\,;\,4]$, $Y \in [-15\,;\,30]$ et comme unité graphique 0.5 sur les abscisses et 5 sur les ordonnées.

2) À l'aide de votre calculatrice, répondre aux questions suivantes :
   a) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
   b) Déterminer le nombre de solution de l'équation : $f(x) = 0$. On donnera une valeur approchée à 10^{-2} de chacune d'elle.
   c) À l'aide d'un tableau de signe déterminer le signe de f suivant les valeurs de x.
   d) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \geqslant 10$. On expliquera la méthode utilisée.
   e) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \leqslant -4x + 10$. On expliquera la méthode utilisée.

3) a) Vérifier que $f(3) = 0$ puis déterminer les réels a, b et c tels que :
   $f(x) = (x-3)(ax^2 + bx + c)$
   b) Déterminer alors les valeurs exactes de l'équation $f(x) = 0$

EXERCICE 3

On donne la fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{5x-1}{x^2+x+1}$

1) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f.
2) Visualiser la fonction f sur votre calculatrice. On prendra comme fenêtre : $X \in [-7\,;\,7]$, $Y \in [-7\,;\,2]$ et comme unité graphique 1 sur les deux axes.
3) À l'aide de votre calculatrice, répondre aux questions suivantes :

a) Dresser le tableau de variation de f sur D_f.

b) Déterminer le nombre de solution de l'équation : $f(x) = -4$. On donnera une valeur approchée à 10^{-2} de chacune d'elle.

c) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \geqslant 1$. On expliquera la méthode utilisée.

d) Quelle conjecture peut-on faire quant au comportement de la fonction f en $-\infty$ et en $+\infty$. Justifier votre réponse.

Fonctions de référence

Exercice 4

Déterminer le tableau de variation des fonctions suivantes dont on précisera l'ensemble de définition :

1) $f(x) = 2(x-4)^2 + 3$

2) $f(x) = -3(x+1)^2 - 5$

3) $f(x) = x(x-8)$

4) $f(x) = 2 + \dfrac{5}{x+2}$

5) $f(x) = 1 - \dfrac{1}{x-5}$

Exercice 5

1) On donne la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = |2x+3|$

   a) Déterminer la forme de $f(x)$ suivant les valeurs de x.

   b) Dresser le tableau de variation.

   c) Tracer la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f.

2) On donne la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = |2-x|$

   a) Déterminer la forme de $g(x)$ suivant les valeurs de x

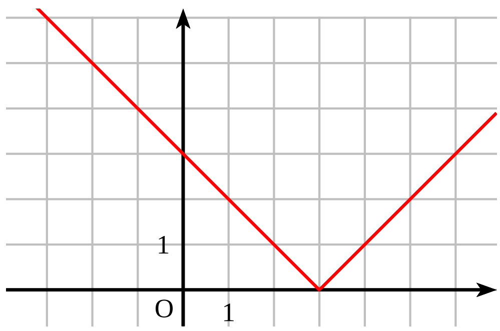
   b) Tracer sur un même repère la courbe représentative $\mathscr{C}_g$ de la fonction g.

3) a) Résoudre graphiquement l'équation $|2x+3| = |2-x|$.

   b) Retrouver le résultat par le calcul.

Exercice 6

Donner l'expression le plus simple de la fonction f représentée ci-contre.



Variation des fonctions associées

Exercice 7

Décomposer les fonctions f suivantes à l'aide de fonctions usuelles puis déduire le sens de variations de f sur chacun des intervalles indiqués.

1) $f(x) = \sqrt{x^2+9}, \quad I =]-\infty\,;\,0] \quad \text{et} \quad J = [0\,;+\infty[$

2) $f(x) = \dfrac{1}{x^2+1}, \quad I =]-\infty\,;\,0] \quad \text{et} \quad J = [0\,;+\infty[$

3) $f(x) = 2\sqrt{x}+4, \quad I = [0\,;+\infty[$

4) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x+3}}, \quad I =]-3\,;+\infty[$

5) $f(x) = \sqrt{(x-1)^2+3}, \quad I =]-\infty\,;\,1] \quad \text{et} \quad J = [1\,;+\infty[$

6) $f(x) = \sqrt{\dfrac{-2}{3-x}}, \quad I =]3\,;+\infty[$

Exercice 8

On donne le tableau de variation d'une fonction u définie sur $[-3\,;\,3]$ dont on ne connaît pas la forme algébrique.

x	-3		0		3
$u(x)$	7	$\searrow$	1	$\nearrow$	5

Dresser le tableau de variation des fonctions f et g suivantes sur $[-3\,;\,3]$

a) $f(x) = -2u(x)+1$

b) $g(x) = \sqrt{u(x)}$

Exercice 9

Vrai-Faux

u est une fonction dont le tableau de variation est donné ci dessous :

f et g sont les fonction définie par :

$f(x) = \sqrt{u(x)}$ et

$g(x) = [u(x)]^2$

x	0		5		9
$u(x)$	9	$\searrow$	0	$\searrow$	-1

Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses en justifiant la réponse.

a) f est définie sur $[0\,;\,9]$

b) f est décroissante sur $[0\,;\,5]$

c) $f(x)$ appartient à l'intervalle $[0\,;\,\sqrt{5}]$

d) g est définie sur $[0\,;\,9]$

e) g est décroissante sur $[0\,;\,9]$