

Corrigé de l'exercice 1

- 1. Factoriser $Q(x) = 6x^2 - 60x + 150$

$$6x^2 - 60x + 150 = 6 \times [x^2 - 10x + 25] = 6 \times [x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2] = 6(x - 5)^2$$

- 2. Factoriser $R(y) = y^2 - 3y - 4$

Je calcule $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (-4) = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.

Comme $\Delta > 0$, $R(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-3) - \sqrt{25}}{2 \times 1} &= \frac{3 - \sqrt{25}}{2} & \frac{-(-3) + \sqrt{25}}{2 \times 1} &= \frac{3 + \sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{3 - 5}{2} & &= \frac{3 + 5}{2} \\ &= \frac{-2}{2} & &= \frac{8}{2} \\ &= -1 & &= 4 \end{aligned}$$

Les racines de R sont $y_1 = -1$ et $y_2 = 4$.

On peut donc écrire

$$R(y) = (y - (-1))(y - 4) = (y + 1)(y - 4)$$

- 3. Factoriser $S(y) = -12y^2 - y + 1$

Je calcule $\Delta = (-1)^2 - 4 \times (-12) \times 1 = 49$ et $\sqrt{49} = 7$.

Comme $\Delta > 0$, $S(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-1) + \sqrt{49}}{2 \times (-12)} &= \frac{1 + \sqrt{49}}{-24} & \frac{-(-1) - \sqrt{49}}{2 \times (-12)} &= \frac{1 - \sqrt{49}}{-24} \\ &= \frac{1 + 7}{-24} & &= \frac{1 - 7}{-24} \\ &= \frac{8}{-24} & &= \frac{-6}{-24} \\ &= \frac{-1 \times (-8)}{3 \times (-8)} & &= \frac{1 \times (-6)}{4 \times (-6)} \\ &= \frac{-1}{3} & &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Les racines de S sont $x_1 = \frac{-1}{3}$ et $x_2 = \frac{1}{4}$.

On peut donc écrire

$$S(x) = -12 \times \left(x - \left(-\frac{1}{3}\right)\right) \left(x - \frac{1}{4}\right) = -12 \times \left(x + \frac{1}{3}\right) \left(x - \frac{1}{4}\right)$$

- 4. Factoriser $S(x) = x^2 + 5x - 5$

Je calcule $\Delta = 5^2 - 4 \times 1 \times (-5) = 45$ et $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$.

Comme $\Delta > 0$, $S(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-5 - \sqrt{45}}{2 \times 1} &= \frac{-5 - \sqrt{45}}{2} & \frac{-5 + \sqrt{45}}{2 \times 1} &= \frac{-5 + \sqrt{45}}{2} \\ &= \frac{-5 - 3\sqrt{5}}{2} & &= \frac{-5 + 3\sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

Les racines de S sont $x_1 = \frac{-5 - 3\sqrt{5}}{2}$ et $x_2 = \frac{-5 + 3\sqrt{5}}{2}$.

On peut donc écrire

$$S(x) = \left(x - \frac{-5 - 3\sqrt{5}}{2}\right) \left(x - \frac{-5 + 3\sqrt{5}}{2}\right)$$

Corrigé de l'exercice 2

- 1. Factoriser $R(x) = 567x^2 - 112$

$$567x^2 - 112 = 7 \times [81x^2 - 16] = 7 \times [(9x)^2 - 4^2] = 7(9x + 4)(9x - 4)$$

- 2. Factoriser $S(x) = x^2 - x - 6$

Je calcule $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.

Comme $\Delta > 0$, $S(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-1) - \sqrt{25}}{2 \times 1} &= \frac{1 - \sqrt{25}}{2} & \frac{-(-1) + \sqrt{25}}{2 \times 1} &= \frac{1 + \sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{1 - 5}{2} & &= \frac{1 + 5}{2} \\ &= \frac{-4}{2} & &= \frac{6}{2} \\ &= -2 & &= 3 \end{aligned}$$

Les racines de S sont $x_1 = -2$ et $x_2 = 3$.

On peut donc écrire

$$S(x) = (x - (-2))(x - 3) = (x + 2)(x - 3)$$

- 3. Factoriser $P(z) = -35z^2 - 13z + 12$

Je calcule $\Delta = (-13)^2 - 4 \times (-35) \times 12 = 1849$ et $\sqrt{1849} = 43$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-13) + \sqrt{1849}}{2 \times (-35)} &= \frac{13 + \sqrt{1849}}{-70} & \frac{-(-13) - \sqrt{1849}}{2 \times (-35)} &= \frac{13 - \sqrt{1849}}{-70} \\ &= \frac{13 + 43}{-70} & &= \frac{13 - 43}{-70} \\ &= \frac{56}{-70} & &= \frac{-30}{-70} \\ &= \frac{-4 \times (-14)}{5 \times (-14)} & &= \frac{3 \times (-10)}{7 \times (-10)} \\ &= \frac{-4}{5} & &= \frac{3}{7} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-4}{5}$ et $x_2 = \frac{3}{7}$.

On peut donc écrire

$$P(x) = -35 \times \left(x - \left(-\frac{4}{5}\right)\right) \left(x - \frac{3}{7}\right) = -35 \times \left(x + \frac{4}{5}\right) \left(x - \frac{3}{7}\right)$$

- 4. Factoriser $S(z) = -z^2 + 3z - 6$

Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times (-1) \times (-6) = -15$.

Comme $\Delta < 0$, $S(z)$ n'a pas de racines. On ne peut pas factoriser $S(z)$.

Corrigé de l'exercice 3

- 1. Factoriser $Q(x) = 80x^2 - 5$

$$80x^2 - 5 = 5 \times [16x^2 - 1] = 5 \times [(4x)^2 - 1^2] = 5(4x + 1)(4x - 1)$$

►2. Factoriser $S(t) = t^2 - 17t + 72$

Je calcule $\Delta = (-17)^2 - 4 \times 1 \times 72 = 1$.

Comme $\Delta > 0$, $S(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-17) - \sqrt{1}}{2 \times 1} &= \frac{17 - \sqrt{1}}{2} & \frac{-(-17) + \sqrt{1}}{2 \times 1} &= \frac{17 + \sqrt{1}}{2} \\ &= \frac{17 - 1}{2} & &= \frac{17 + 1}{2} \\ &= \frac{16}{2} & &= \frac{18}{2} \\ &= 8 & &= 9 \end{aligned}$$

Les racines de S sont $t_1 = 8$ et $t_2 = 9$.

On peut donc écrire

$$S(t) = (t - 8)(t - 9)$$

►3. Factoriser $R(t) = -11t^2 - 68t + 63$

Je calcule $\Delta = (-68)^2 - 4 \times (-11) \times 63 = 7396$ et $\sqrt{7396} = 86$.

Comme $\Delta > 0$, $R(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-68) + \sqrt{7396}}{2 \times (-11)} &= \frac{68 + \sqrt{7396}}{-22} & \frac{-(-68) - \sqrt{7396}}{2 \times (-11)} &= \frac{68 - \sqrt{7396}}{-22} \\ &= \frac{68 + 86}{-22} & &= \frac{68 - 86}{-22} \\ &= \frac{154}{-22} & &= \frac{-18}{-22} \\ &= -7 & &= \frac{9 \times (-2)}{11 \times (-2)} \\ & & &= \frac{9}{11} \end{aligned}$$

Les racines de R sont $x_1 = -7$ et $x_2 = \frac{9}{11}$.

On peut donc écrire

$$R(x) = -11 \times (x - (-7)) \left(x - \frac{9}{11}\right) = -11 \times (x + 7) \left(x - \frac{9}{11}\right)$$

►4. Factoriser $P(y) = -y^2 + 9y + 2$

Je calcule $\Delta = 9^2 - 4 \times (-1) \times 2 = 89$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-9 + \sqrt{89}}{2 \times (-1)} &= \frac{-9 + \sqrt{89}}{-2} & \frac{-9 - \sqrt{89}}{2 \times (-1)} &= \frac{-9 - \sqrt{89}}{-2} \\ &= \frac{9 \times (-1) - 1 \times (-1) \sqrt{89}}{2 \times (-1)} & &= \frac{9 \times (-1) + 1 \times (-1) \sqrt{89}}{2 \times (-1)} \\ &= \frac{9 - \sqrt{89}}{2} & &= \frac{9 + \sqrt{89}}{2} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = \frac{9 - \sqrt{89}}{2}$ et $y_2 = \frac{9 + \sqrt{89}}{2}$.

On peut donc écrire

$$P(y) = -1 \times \left(y - \frac{9 - \sqrt{89}}{2}\right) \left(y - \frac{9 + \sqrt{89}}{2}\right)$$

Corrigé de l'exercice 4

- 1. Factoriser $R(x) = 36x^2 - 48x + 16$

$$36x^2 - 48x + 16 = 4 \times [9x^2 - 12x + 4] = 4 \times [(3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + 2^2] = 4(3x - 2)^2$$

- 2. Factoriser $P(x) = x^2 - 3x + 2$

Je calcule $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 2 = 1$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-3) - \sqrt{1}}{2 \times 1} &= \frac{3 - \sqrt{1}}{2} & \frac{-(-3) + \sqrt{1}}{2 \times 1} &= \frac{3 + \sqrt{1}}{2} \\ &= \frac{3 - 1}{2} & &= \frac{3 + 1}{2} \\ &= \frac{2}{2} & &= \frac{4}{2} \\ &= 1 & &= 2 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = 1$ et $x_2 = 2$.

On peut donc écrire

$$P(x) = (x - 1)(x - 2)$$

- 3. Factoriser $Q(y) = 20y^2 - 53y + 35$

Je calcule $\Delta = (-53)^2 - 4 \times 20 \times 35 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.

Comme $\Delta > 0$, $Q(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-53) - \sqrt{9}}{2 \times 20} &= \frac{53 - \sqrt{9}}{40} & \frac{-(-53) + \sqrt{9}}{2 \times 20} &= \frac{53 + \sqrt{9}}{40} \\ &= \frac{53 - 3}{40} & &= \frac{53 + 3}{40} \\ &= \frac{50}{40} & &= \frac{56}{40} \\ &= \frac{5 \times 10}{4 \times 10} & &= \frac{7 \times 8}{5 \times 8} \\ &= \frac{5}{4} & &= \frac{7}{5} \end{aligned}$$

Les racines de Q sont $x_1 = \frac{5}{4}$ et $x_2 = \frac{7}{5}$.

On peut donc écrire

$$Q(x) = 20 \times \left(x - \frac{5}{4}\right) \left(x - \frac{7}{5}\right)$$

- 4. Factoriser $S(z) = -z^2 + 6z - 7$

Je calcule $\Delta = 6^2 - 4 \times (-1) \times (-7) = 8$ et $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

Comme $\Delta > 0$, $S(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-6 + \sqrt{8}}{2 \times (-1)} &= \frac{-6 + \sqrt{8}}{-2} & \frac{-6 - \sqrt{8}}{2 \times (-1)} &= \frac{-6 - \sqrt{8}}{-2} \\ &= \frac{-6 + 2\sqrt{2}}{-2} & &= \frac{-6 - 2\sqrt{2}}{-2} \\ &= \frac{3 \times (-2) - 1 \times (-2)\sqrt{2}}{1 \times (-2)} & &= \frac{3 \times (-2) + 1 \times (-2)\sqrt{2}}{1 \times (-2)} \\ &= 3 - \sqrt{2} & &= 3 + \sqrt{2} \end{aligned}$$

Les racines de S sont $z_1 = 3 - \sqrt{2}$ et $z_2 = 3 + \sqrt{2}$.

On peut donc écrire

$$S(z) = -1 \times \left(z - (3 - \sqrt{2})\right) \left(z - (3 + \sqrt{2})\right)$$

Corrigé de l'exercice 5

- 1. Factoriser $Q(x) = 162x^2 - 2$

$$162x^2 - 2 = 2 \times [81x^2 - 1] = 2 \times [(9x)^2 - 1^2] = 2(9x + 1)(9x - 1)$$

- 2. Factoriser $R(t) = t^2 + 8t + 7$

Je calcule $\Delta = 8^2 - 4 \times 1 \times 7 = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.

Comme $\Delta > 0$, $R(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-8 - \sqrt{36}}{2 \times 1} &= \frac{-8 - \sqrt{36}}{2} & \frac{-8 + \sqrt{36}}{2 \times 1} &= \frac{-8 + \sqrt{36}}{2} \\ &= \frac{-8 - 6}{2} & &= \frac{-8 + 6}{2} \\ &= \frac{-14}{2} & &= \frac{-2}{2} \\ &= -7 & &= -1 \end{aligned}$$

Les racines de R sont $t_1 = -7$ et $t_2 = -1$.

On peut donc écrire

$$R(t) = (t - (-7))(t - (-1)) = (t + 7)(t + 1)$$

- 3. Factoriser $Q(t) = 33t^2 + 4t - 5$

Je calcule $\Delta = 4^2 - 4 \times 33 \times (-5) = 676$ et $\sqrt{676} = 26$.

Comme $\Delta > 0$, $Q(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-4 - \sqrt{676}}{2 \times 33} &= \frac{-4 - \sqrt{676}}{66} & \frac{-4 + \sqrt{676}}{2 \times 33} &= \frac{-4 + \sqrt{676}}{66} \\ &= \frac{-4 - 26}{66} & &= \frac{-4 + 26}{66} \\ &= \frac{-30}{66} & &= \frac{22}{66} \\ &= \frac{-5 \times 6}{11 \times 6} & &= \frac{1 \times 22}{3 \times 22} \\ &= \frac{-5}{11} & &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Les racines de Q sont $x_1 = \frac{-5}{11}$ et $x_2 = \frac{1}{3}$.

On peut donc écrire

$$Q(x) = 33 \times \left(x - \left(-\frac{5}{11}\right)\right) \left(x - \frac{1}{3}\right) = 33 \times \left(x + \frac{5}{11}\right) \left(x - \frac{1}{3}\right)$$

- 4. Factoriser $Q(t) = -t^2 + 6t - 10$

Je calcule $\Delta = 6^2 - 4 \times (-1) \times (-10) = -4$.

Comme $\Delta < 0$, $Q(t)$ n'a pas de racines. On ne peut pas factoriser $Q(t)$.

Corrigé de l'exercice 6

- 1. Factoriser $R(x) = 81x^2 - 81$

$$81x^2 - 81 = 81 \times [x^2 - 1] = 81 \times [x^2 - 1^2] = 81(x + 1)(x - 1)$$

- 2. Factoriser $S(z) = z^2 - z - 2$

Je calcule $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-2) = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.

Comme $\Delta > 0$, $S(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-1) - \sqrt{9}}{2 \times 1} &= \frac{1 - \sqrt{9}}{2} & \frac{-(-1) + \sqrt{9}}{2 \times 1} &= \frac{1 + \sqrt{9}}{2} \\ &= \frac{1 - 3}{2} & &= \frac{1 + 3}{2} \\ &= \frac{-2}{2} & &= \frac{4}{2} \\ &= -1 & &= 2 \end{aligned}$$

Les racines de S sont $z_1 = -1$ et $z_2 = 2$.

On peut donc écrire

$$S(z) = (z - (-1))(z - 2) = (z + 1)(z - 2)$$

►3. Factoriser $S(t) = 2t^2 - t - 15$

Je calcule $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 2 \times (-15) = 121$ et $\sqrt{121} = 11$.

Comme $\Delta > 0$, $S(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-1) - \sqrt{121}}{2 \times 2} &= \frac{1 - \sqrt{121}}{4} & \frac{-(-1) + \sqrt{121}}{2 \times 2} &= \frac{1 + \sqrt{121}}{4} \\ &= \frac{1 - 11}{4} & &= \frac{1 + 11}{4} \\ &= \frac{-10}{4} & &= \frac{12}{4} \\ &= \frac{-5 \times 2}{2 \times 2} & &= 3 \\ &= \frac{-5}{2} \end{aligned}$$

Les racines de S sont $x_1 = \frac{-5}{2}$ et $x_2 = 3$.

On peut donc écrire

$$S(x) = 2 \times \left(x - \left(-\frac{5}{2} \right) \right) (x - 3) = 2 \times \left(x + \frac{5}{2} \right) (x - 3)$$

►4. Factoriser $P(z) = -z^2 + 9z - 4$

Je calcule $\Delta = 9^2 - 4 \times (-1) \times (-4) = 65$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-9 + \sqrt{65}}{2 \times (-1)} &= \frac{-9 + \sqrt{65}}{-2} & \frac{-9 - \sqrt{65}}{2 \times (-1)} &= \frac{-9 - \sqrt{65}}{-2} \\ &= \frac{9 \times (-1) - 1 \times (-1) \sqrt{65}}{2 \times (-1)} & &= \frac{9 \times (-1) + 1 \times (-1) \sqrt{65}}{2 \times (-1)} \\ &= \frac{9 - \sqrt{65}}{2} & &= \frac{9 + \sqrt{65}}{2} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = \frac{9 - \sqrt{65}}{2}$ et $z_2 = \frac{9 + \sqrt{65}}{2}$.

On peut donc écrire

$$P(z) = -1 \times \left(z - \frac{9 - \sqrt{65}}{2} \right) \left(z - \frac{9 + \sqrt{65}}{2} \right)$$