

CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI – MONTPELLIER

EXERCICE 3B.1 Calculer le discriminant de chaque polynôme, puis dire si on peut le factoriser.

$A(x) = x^2 + 6x + 5$ $\Delta = 6^2 - 4 \times 1 \times 5$ $\Delta = 36 - 20 = 16 \rightarrow \Delta > 0$ A peut être factorisé	$B(x) = x^2 + 2x + 3$ $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times 3$ $\Delta = 4 - 12 = -8 \rightarrow \Delta < 0$ B ne peut pas être factorisé	$C(x) = x^2 - 10x + 9$ $\Delta = 10^2 - 4 \times 1 \times 9$ $\Delta = 100 - 36 = 64 \rightarrow \Delta > 0$ C peut être factorisé
$D(x) = -x^2 + 2x + 7$ $\Delta = 2^2 - 4 \times (-1) \times 7$ $\Delta = 4 + 28 = 32 \rightarrow \Delta > 0$ D peut être factorisé	$E(x) = x^2 + 6x + 9$ $\Delta = 6^2 - 4 \times 1 \times 9$ $\Delta = 36 - 36 = 0 \rightarrow \Delta = 0$ E peut être factorisé	$F(x) = 2x^2 + 7x + 6$ $\Delta = 7^2 - 4 \times 2 \times 6$ $\Delta = 49 - 48 = 1 \rightarrow \Delta > 0$ F peut être factorisé
$G(x) = 2x^2 - 20x + 50$ $\Delta = (-20)^2 - 4 \times 2 \times 50$ $\Delta = 400 - 400 = 0 \rightarrow \Delta = 0$ G peut être factorisé	$H(x) = 3x^2 + x - 7$ $\Delta = 1^2 - 4 \times 3 \times (-7)$ $\Delta = 1 + 84 = 85 \rightarrow \Delta > 0$ H peut être factorisé	$I(x) = -5x^2 - 2x - 7$ $\Delta = (-2)^2 - 4 \times (-5) \times (-7)$ $\Delta = 4 - 140 = -136 \rightarrow \Delta < 0$ I ne peut pas être factorisé

EXERCICE 3B.2 En connaissant la (ou les) racine(s) de chaque polynôme, l'écrire sous forme factorisée :

$A(x) = x^2 + 7x + 10$ avec $x_1 = -2$ et $x_2 = -5$ donc $A(x) = (x+2)(x+5)$	$B(x) = 2x^2 + 7x + 6$ avec $x_1 = -2$ et $x_2 = -\frac{3}{2}$ donc $B(x) = 2(x+2)\left(x+\frac{3}{2}\right)$	$C(x) = 3x^2 - 42x + 147$ avec $x_0 = 7$ donc $C(x) = 3(x-7)^2$
$D(x) = x^2 + 2x - 1$ avec $x_1 = -1 - \sqrt{2}$ et $x_2 = -1 + \sqrt{2}$ $D(x) = (x+1+\sqrt{2})(x+1-\sqrt{2})$	$E(x) = 3x^2 - 18x + 21$ avec $x_1 = 3 - \sqrt{2}$ et $x_2 = 3 + \sqrt{2}$ $E(x) = 3(x-3+\sqrt{2})(x-3-\sqrt{2})$	$F(x) = x^2 - x - 1$ avec $x_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ et $x_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ $F(x) = \left(x - \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\left(x - \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$
$G(x) = 2x^2 - 5x - 3$ avec $x_1 = -\frac{1}{2}$ et $x_2 = 3$ donc $G(x) = 2\left(x+\frac{1}{2}\right)(x-3)$	$H(x) = 5x^2 - 6x + \frac{9}{5}$ avec $x_0 = \frac{3}{5}$ donc $H(x) = 5\left(x-\frac{3}{5}\right)^2$	$I(x) = 5x^2 - 10x + \frac{5}{4}$ avec $x_1 = \frac{2+\sqrt{3}}{2}$ et $x_2 = \frac{2-\sqrt{3}}{2}$ $I(x) = 5\left(x-1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(x-1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

EXERCICE 3B.3 Factoriser les polynômes suivants, en n'utilisant le discriminant uniquement lorsque c'est nécessaire ; on rappelle la formule : $P(x) = a\left(x - \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}\right)\left(x - \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}\right)$

$$\mathbf{A(x)} = x^2 + 6x = x(x+6)$$

$$\mathbf{B(x)} = x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$$

$$\mathbf{C(x)} = 9x^2 - 1$$

$$= (3x)^2 - 1^2$$

$$= (3x+1)(3x-1)$$

$$\mathbf{D(x)} = x^2 + x - 5$$

$$\mathbf{E(x)} = 4x^2 - 3$$

$$\mathbf{F(x)} = 5x^2 - 10x + 2$$

Discriminant :

$$\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-5)$$

$$\Delta = 1 + 20 = 21$$

→ $\Delta > 0$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{21}}{2 \times 1} = \frac{-1 - \sqrt{21}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2 \times 1} = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2}$$

$$\mathbf{D(x)} = \left(x + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{21}}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{21}}{2}\right)$$

$$= (2x)^2 - (\sqrt{3})^2$$

$$= (2x + \sqrt{3})(2x - \sqrt{3})$$

Discriminant :

$$\Delta = (-10)^2 - 4 \times 5 \times 2$$

$$\Delta = 100 - 40 = 60 = 4 \times 15$$

→ $\Delta > 0$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{10 - \sqrt{60}}{2 \times 5} = \frac{5 - \sqrt{15}}{5}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{10 + \sqrt{60}}{2 \times 5} = \frac{5 + \sqrt{15}}{5}$$

$$\mathbf{F(x)} = 5\left(x - 1 - \frac{\sqrt{15}}{5}\right)\left(x - 1 + \frac{\sqrt{15}}{5}\right)$$

$$\mathbf{G(x)} = -3x^2 + x + 5$$

$$\mathbf{H(x)} = -8x + 3x^2 = x(-8 + 3x)$$

$$\mathbf{I(x)} = 5x^2 + 2x - 7$$

Discriminant :

$$\Delta = 1^2 - 4 \times (-3) \times 5$$

$$\Delta = 1 + 60 = 61$$

→ $\Delta > 0$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{61}}{2 \times (-3)} = \frac{1 + \sqrt{61}}{6}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-1 + \sqrt{61}}{2 \times (-3)} = \frac{1 - \sqrt{61}}{6}$$

$$\mathbf{G(x)} = -3\left(x - \frac{1}{6} - \frac{\sqrt{61}}{6}\right)\left(x - \frac{1}{6} + \frac{\sqrt{61}}{6}\right)$$

Discriminant :

$$\Delta = 2^2 - 4 \times 5 \times (-7)$$

$$\Delta = 4 + 140 = 144 = 12^2$$

→ $\Delta > 0$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-2 - 12}{2 \times 5} = \frac{-14}{10} = -\frac{7}{5}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-2 + 12}{2 \times 5} = \frac{10}{10} = 1$$

$$\mathbf{I(x)} = 5\left(x - \frac{7}{5}\right)(x - 1)$$