

**Corrigé de l'exercice 1**

►1. On considère la fonction  $h$  définie sur  $I = [-10 ; 8]$  par  $h(x) = \frac{-x+2}{-x+9}$ .

a) Justifier que  $h$  est définie et dérivable sur  $I$ . Pour déterminer la valeur interdite, on doit résoudre  $-x+9=0$ .

$$\begin{aligned} -x+9 &= 0 \\ -x &= -9 \\ x &= \frac{-9}{-1} \\ x &= 9 \end{aligned}$$

Or 9 n'est pas dans l'intervalle  $[-10 ; 8]$  et comme  $h$  est un quotient de polynômes, alors  $h$  est définie et dérivable sur  $I$ .

b) Déterminer  $h'(x)$  pour tout  $x \in [-10 ; 8]$ .

$$h'(x) = \frac{(-11) \times (-x+9) - (-x+2) \times (-11)}{(-x+9)^2} = \frac{-7}{(-x+9)^2}$$

c) En déduire le sens de variations de  $h$  sur  $I$ .

Comme  $(-x+9)^2$  est un carré, il est toujours positif.

De plus,  $-7 < 0$  donc pour tout  $x$  de  $I$ ,  $h'(x) < 0$ . Ainsi, on obtient

$x$	-10	8
$h'(x)$	-	
$h(x)$	$\frac{12}{19}$	-6

►2. Étudier le sens de variations de  $g$  définie par  $g(x) = 2x^3 + 33x^2 + 108x - 4$  sur  $[-10 ; 10]$ .

$$g'(x) = 6x^2 + 66x + 108$$

Je dois étudier le signe de  $g'(x)$  qui est un polynôme du second degré.

Je calcule  $\Delta = 66^2 - 4 \times 6 \times 108 = 1764$  et  $\sqrt{1764} = 42$ .

Comme  $\Delta > 0$ ,  $g'(x)$  a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-66 - \sqrt{1764}}{2 \times 6} &= \frac{-66 - \sqrt{1764}}{12} & \frac{-66 + \sqrt{1764}}{2 \times 6} &= \frac{-66 + \sqrt{1764}}{12} \\ &= \frac{-66 - 42}{12} & &= \frac{-66 + 42}{12} \\ &= \frac{-108}{12} & &= \frac{-24}{12} \\ &= -9 & &= -2 \end{aligned}$$

Les racines de  $g'$  sont  $x_1 = -9$  et  $x_2 = -2$ .

Comme  $\Delta > 0$ ,  $g'(x)$  est du signe de  $-a$  entre les racines. Ainsi

$x$	-10	-9	-2	10	
$g'(x)$	+	0	-	0	+

On obtient ainsi le tableau de variation de  $g$ .

$x$	-10	-9	-2	10			
$g'(x)$		+	0	-	0	+	
$g(x)$	216		239		-104		6 376

### Corrigé de l'exercice 2

►1. On considère la fonction  $f$  définie sur  $I = [-10 ; 7]$  par  $f(x) = \frac{-2x - 6}{x - 8}$ .

a) Justifier que  $f$  est définie et dérivable sur  $I$ . Pour déterminer la valeur interdite, on doit résoudre  $x - 8 = 0$ .

$$x - 8 = 0$$

$$x = 8$$

Or 8 n'est pas dans l'intervalle  $[-10 ; 7]$  et comme  $f$  est un quotient de polynômes, alors  $f$  est définie et dérivable sur  $I$ .

b) Déterminer  $f'(x)$  pour tout  $x \in [-10 ; 7]$ .

$$f'(x) = \frac{(-2) \times (x - 8) - (-2x - 6) \times 11}{(x - 8)^2} = \frac{22}{(x - 8)^2}$$

c) En déduire le sens de variations de  $f$  sur  $I$ .

Comme  $(x - 8)^2$  est un carré, il est toujours positif.

De plus,  $22 > 0$  donc pour tout  $x$  de  $I$ ,  $f'(x) > 0$ .

$x$	-10	7
$f'(x)$		+
$f(x)$	$-\frac{7}{9}$	20

►2. Étudier le sens de variations de  $p$  définie par  $p(x) = x^3 - 18x^2 + 96x$  sur  $[-10 ; 10]$ .

$$p'(x) = 3x^2 - 36x + 96$$

Je dois étudier le signe de  $p'(x)$  qui est un polynôme du second degré.

Je calcule  $\Delta = (-36)^2 - 4 \times 3 \times 96 = 144$  et  $\sqrt{144} = 12$ .

Comme  $\Delta > 0$ ,  $p'(x)$  a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-36) - \sqrt{144}}{2 \times 3} &= \frac{36 - \sqrt{144}}{6} & \frac{-(-36) + \sqrt{144}}{2 \times 3} &= \frac{36 + \sqrt{144}}{6} \\ &= \frac{36 - 12}{6} & &= \frac{36 + 12}{6} \\ &= \frac{24}{6} & &= \frac{48}{6} \\ &= 4 & &= 8 \end{aligned}$$

Les racines de  $p'$  sont  $x_1 = 4$  et  $x_2 = 8$ .

Comme  $\Delta > 0$ ,  $p'(x)$  est du signe de  $-a$  entre les racines. Ainsi

$x$	-10	4	8	10	
$p'(x)$	+	0	-	0	+

On obtient ainsi le tableau de variation de  $p$ .

$x$	-10	4	8	10	
$p'(x)$	+	0	-	0	+
$p(x)$	-3760	↗ 160	↘ 128	↗ 160	

### Corrigé de l'exercice 3

►1. On considère la fonction  $k$  définie sur  $I = [-3 ; 10]$  par  $k(x) = \frac{x-4}{-x-4}$ .

a) Justifier que  $k$  est définie et dérivable sur  $I$ . Pour déterminer la valeur interdite, on doit résoudre  $-x-4=0$ .

$$\begin{aligned} -x-4 &= 0 \\ -x &= 4 \\ x &= \frac{4}{-1} \\ x &= -4 \end{aligned}$$

Or  $-4$  n'est pas dans l'intervalle  $[-3 ; 10]$  et comme  $k$  est un quotient de polynômes, alors  $k$  est définie et dérivable sur  $I$ .

b) Déterminer  $k'(x)$  pour tout  $x \in [-3 ; 10]$ .

$$k'(x) = \frac{11 \times (-x-4) - (x-4) \times (-11)}{(-x-4)^2} = \frac{-8}{(-x-4)^2}$$

c) En déduire le sens de variations de  $k$  sur  $I$ .

Comme  $(-x-4)^2$  est un carré, il est toujours positif.

De plus,  $-8 < 0$  donc pour tout  $x$  de  $I$ ,  $k'(x) < 0$ . Ainsi, on obtient

$x$	-3	10
$k'(x)$	-	
$k(x)$	7	↘ $-\frac{3}{7}$

►2. Étudier le sens de variations de  $g$  définie par  $g(x) = x^3 - \frac{21}{2}x^2 + 30x + 3$  sur  $[-10 ; 10]$ .

$$g'(x) = 3x^2 - 21x + 30$$

Je dois étudier le signe de  $g'(x)$  qui est un polynôme du second degré.

Je calcule  $\Delta = (-21)^2 - 4 \times 3 \times 30 = 81$  et  $\sqrt{81} = 9$ .

Comme  $\Delta > 0$ ,  $g'(x)$  a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-21) - \sqrt{81}}{2 \times 3} &= \frac{21 - \sqrt{81}}{6} & \frac{-(-21) + \sqrt{81}}{2 \times 3} &= \frac{21 + \sqrt{81}}{6} \\ &= \frac{21 - 9}{6} & &= \frac{21 + 9}{6} \\ &= \frac{12}{6} & &= \frac{30}{6} \\ &= 2 & &= 5 \end{aligned}$$

Les racines de  $g'$  sont  $x_1 = 2$  et  $x_2 = 5$ .

Comme  $\Delta > 0$ ,  $g'(x)$  est du signe de  $-a$  entre les racines. Ainsi

$x$	-10	2	5	10	
$g'(x)$	+	0	-	0	+

On obtient ainsi le tableau de variation de  $g$ .

$x$	-10	2	5	10	
$g'(x)$	+	0	-	0	+
$g(x)$	-2347	↗ 29	↘ $\frac{31}{2}$	↗ 253	

### Corrigé de l'exercice 4

►1. On considère la fonction  $h$  définie sur  $I = [-10 ; 6]$  par  $h(x) = \frac{5x - 3}{x - 7}$ .

a) Justifier que  $h$  est définie et dérivable sur  $I$ . Pour déterminer la valeur interdite, on doit résoudre  $x - 7 = 0$ .

$$\begin{aligned} x - 7 &= 0 \\ x &= 7 \end{aligned}$$

Or 7 n'est pas dans l'intervalle  $[-10 ; 6]$  et comme  $h$  est un quotient de polynômes, alors  $h$  est définie et dérivable sur  $I$ .

b) Déterminer  $h'(x)$  pour tout  $x \in [-10 ; 6]$ .

$$h'(x) = \frac{5 \times (x - 7) - (5x - 3) \times 11}{(x - 7)^2} = \frac{-32}{(x - 7)^2}$$

c) En déduire le sens de variations de  $h$  sur  $I$ .

Comme  $(x - 7)^2$  est un carré, il est toujours positif.

De plus,  $-32 < 0$  donc pour tout  $x$  de  $I$ ,  $h'(x) < 0$ . Ainsi, on obtient

$x$	-10	6
$h'(x)$	-	
$h(x)$	$\frac{53}{17}$	↘ -27

►2. Étudier le sens de variations de  $h$  définie par  $h(x) = 2x^3 + 27x^2 + 48x$  sur  $[-10 ; 10]$ .

$$h'(x) = 6x^2 + 54x + 48$$

Je dois étudier le signe de  $h'(x)$  qui est un polynôme du second degré.

Je calcule  $\Delta = 54^2 - 4 \times 6 \times 48 = 1\,764$  et  $\sqrt{1\,764} = 42$ .

Comme  $\Delta > 0$ ,  $h'(x)$  a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-54 - \sqrt{1\,764}}{2 \times 6} &= \frac{-54 - \sqrt{1\,764}}{12} & \frac{-54 + \sqrt{1\,764}}{2 \times 6} &= \frac{-54 + \sqrt{1\,764}}{12} \\ &= \frac{-54 - 42}{12} & &= \frac{-54 + 42}{12} \\ &= \frac{-96}{12} & &= \frac{-12}{12} \\ &= -8 & &= -1 \end{aligned}$$

Les racines de  $h'$  sont  $x_1 = -8$  et  $x_2 = -1$ .

Comme  $\Delta > 0$ ,  $h'(x)$  est du signe de  $-a$  entre les racines. Ainsi

$x$	-10	-8	-1	10	
$h'(x)$	+	0	-	0	+

On obtient ainsi le tableau de variation de  $h$ .

$x$	-10	-8	-1	10	
$h'(x)$	+	0	-	0	+
$h(x)$	220	↗ 320	↘ -23	↗ 5 180	

**Corrigé de l'exercice 5**

►1. On considère la fonction  $h$  définie sur  $I = [0 ; 10]$  par  $h(x) = \frac{-x + 1}{-3x - 5}$ .

a) Justifier que  $h$  est définie et dérivable sur  $I$ . Pour déterminer la valeur interdite, on doit résoudre  $-3x - 5 = 0$ .

$$\begin{aligned} -3x - 5 &= 0 \\ -3x &= 5 \\ x &= \frac{5}{-3} \end{aligned}$$

Or  $-\frac{5}{3}$  n'est pas dans l'intervalle  $[0 ; 10]$  et comme  $h$  est un quotient de polynômes, alors  $h$  est définie et dérivable sur  $I$ .

b) Déterminer  $h'(x)$  pour tout  $x \in [0 ; 10]$ .

$$h'(x) = \frac{(-11) \times (-3x - 5) - (-x + 1) \times (-3)}{(-3x - 5)^2} = \frac{8}{(-3x - 5)^2}$$

c) En déduire le sens de variations de  $h$  sur  $I$ .

Comme  $(-3x - 5)^2$  est un carré, il est toujours positif.

De plus,  $8 > 0$  donc pour tout  $x$  de  $I$ ,  $h'(x) > 0$ .

$x$	0	10
$h'(x)$	+	
$h(x)$	$-\frac{1}{5}$	$\frac{9}{35}$

►2. Étudier le sens de variations de  $p$  définie par  $p(x) = x^3 - 15x^2 + 63x - 1$  sur  $[-10 ; 10]$ .

$$p'(x) = 3x^2 - 30x + 63$$

Je dois étudier le signe de  $p'(x)$  qui est un polynôme du second degré.

Je calcule  $\Delta = (-30)^2 - 4 \times 3 \times 63 = 144$  et  $\sqrt{144} = 12$ .

Comme  $\Delta > 0$ ,  $p'(x)$  a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-30) - \sqrt{144}}{2 \times 3} &= \frac{30 - \sqrt{144}}{6} & \frac{-(-30) + \sqrt{144}}{2 \times 3} &= \frac{30 + \sqrt{144}}{6} \\ &= \frac{30 - 12}{6} & &= \frac{30 + 12}{6} \\ &= \frac{18}{6} & &= \frac{42}{6} \\ &= 3 & &= 7 \end{aligned}$$

Les racines de  $p'$  sont  $x_1 = 3$  et  $x_2 = 7$ .

Comme  $\Delta > 0$ ,  $p'(x)$  est du signe de  $-a$  entre les racines. Ainsi

$x$	-10	3	7	10	
$p'(x)$	+	0	-	0	+

On obtient ainsi le tableau de variation de  $p$ .

$x$	-10	3	7	10	
$p'(x)$	+	0	-	0	+
$p(x)$	-3131	80	48	129	