

**Corrigé de l'exercice 1**

►1. On considère la fonction  $h$  définie sur  $I = [-1 ; 10]$  par  $h(t) = \frac{t+6}{-2t-5}$ .

a) Justifier que  $h$  est définie et dérivable sur  $I$ . Pour déterminer la valeur interdite, on doit résoudre  $-2t - 5 = 0$ .

$$-2t - 5 = 0$$

$$-2t = 5$$

$$t = \frac{5}{-2}$$

Or  $-\frac{5}{2}$  n'est pas dans l'intervalle  $[-1 ; 10]$  et comme  $h$  est un quotient de polynômes, alors  $h$  est définie et dérivable sur  $I$ .

b) Déterminer  $h'(t)$  pour tout  $t \in [-1 ; 10]$ .

$$h'(t) = \frac{11 \times (-2t - 5) - (t + 6) \times (-2)}{(-2t - 5)^2} = \frac{7}{(-2t - 5)^2}$$

c) En déduire le sens de variations de  $h$  sur  $I$ .

Comme  $(-2t - 5)^2$  est un carré, il est toujours positif.

De plus,  $7 > 0$  donc pour tout  $t$  de  $I$ ,  $h'(t) > 0$ .

$t$	-1	10
$h'(x)$	+	
$h(x)$	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{16}{25}$

►2. Étudier le sens de variations de  $h$  définie par  $h(x) = x^3 + 15x^2 + 63x - 7$  sur  $[-10 ; 10]$ .

$$h'(x) = 3x^2 + 30x + 63$$

Je dois étudier le signe de  $h'(x)$  qui est un polynôme du second degré.

Je calcule  $\Delta = 30^2 - 4 \times 3 \times 63 = 144$  et  $\sqrt{144} = 12$ .

Comme  $\Delta > 0$ ,  $h'(x)$  a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-30 - \sqrt{144}}{2 \times 3} &= \frac{-30 - \sqrt{144}}{6} & \frac{-30 + \sqrt{144}}{2 \times 3} &= \frac{-30 + \sqrt{144}}{6} \\ &= \frac{-30 - 12}{6} & &= \frac{-30 + 12}{6} \\ &= \frac{-42}{6} & &= \frac{-18}{6} \\ &= -7 & &= -3 \end{aligned}$$

Les racines de  $h'$  sont  $x_1 = -7$  et  $x_2 = -3$ .

Comme  $\Delta > 0$ ,  $h'(x)$  est du signe de  $-a$  entre les racines. Ainsi

$x$	-10	-7	-3	10	
$h'(x)$	+	0	-	0	+

On obtient ainsi le tableau de variation de  $h$ .

$x$	-10	-7	-3	10			
$h'(x)$		+	0	-	0	+	
$h(x)$	-137		-56		-88		3 123

### Corrigé de l'exercice 2

►1. On considère la fonction  $h$  définie sur  $I = [0 ; 10]$  par  $h(t) = \frac{2t - 4}{-4t - 5}$ .

a) Justifier que  $h$  est définie et dérivable sur  $I$ . Pour déterminer la valeur interdite, on doit résoudre  $-4t - 5 = 0$ .

$$-4t - 5 = 0$$

$$-4t = 5$$

$$t = \frac{5}{-4}$$

Or  $-\frac{5}{4}$  n'est pas dans l'intervalle  $[0 ; 10]$  et comme  $h$  est un quotient de polynômes, alors  $h$  est définie et dérivable sur  $I$ .

b) Déterminer  $h'(t)$  pour tout  $t \in [0 ; 10]$ .

$$h'(t) = \frac{2 \times (-4t - 5) - (2t - 4) \times (-4)}{(-4t - 5)^2} = \frac{-26}{(-4t - 5)^2}$$

c) En déduire le sens de variations de  $h$  sur  $I$ .

Comme  $(-4t - 5)^2$  est un carré, il est toujours positif.

De plus,  $-26 < 0$  donc pour tout  $t$  de  $I$ ,  $h'(t) < 0$ . Ainsi, on obtient

$t$	0	10
$h'(x)$		-
$h(x)$	$\frac{4}{5}$	$-\frac{16}{45}$

►2. Étudier le sens de variations de  $p$  définie par  $p(x) = 3x^3 - \frac{45}{2}x^2 - 126x - 6$  sur  $[-10 ; 10]$ .

$$p'(x) = 9x^2 - 45x - 126$$

Je dois étudier le signe de  $p'(x)$  qui est un polynôme du second degré.

Je calcule  $\Delta = (-45)^2 - 4 \times 9 \times (-126) = 6\,561$  et  $\sqrt{6\,561} = 81$ .

Comme  $\Delta > 0$ ,  $p'(x)$  a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-45) - \sqrt{6\,561}}{2 \times 9} &= \frac{45 - \sqrt{6\,561}}{18} & \frac{-(-45) + \sqrt{6\,561}}{2 \times 9} &= \frac{45 + \sqrt{6\,561}}{18} \\ &= \frac{45 - 81}{18} & &= \frac{45 + 81}{18} \\ &= \frac{-36}{18} & &= \frac{126}{18} \\ &= -2 & &= 7 \end{aligned}$$

Les racines de  $p'$  sont  $x_1 = -2$  et  $x_2 = 7$ .

Comme  $\Delta > 0$ ,  $p'(x)$  est du signe de  $-a$  entre les racines. Ainsi

$x$	-10	-2	7	10	
$p'(x)$	+	0	-	0	+

On obtient ainsi le tableau de variation de  $p$ .

$x$	-10	-2	7	10	
$p'(x)$	+	0	-	0	+
$p(x)$	-3996	↗ 132	↘ $-\frac{1923}{2}$	↗ -516	

### Corrigé de l'exercice 3

►1. On considère la fonction  $h$  définie sur  $I = [-3 ; 10]$  par  $h(x) = \frac{-2x + 6}{-2x - 8}$ .

a) Justifier que  $h$  est définie et dérivable sur  $I$ . Pour déterminer la valeur interdite, on doit résoudre  $-2x - 8 = 0$ .

$$\begin{aligned} -2x - 8 &= 0 \\ -2x &= 8 \\ x &= \frac{8}{-2} \\ x &= -4 \end{aligned}$$

Or  $-4$  n'est pas dans l'intervalle  $[-3 ; 10]$  et comme  $h$  est un quotient de polynômes, alors  $h$  est définie et dérivable sur  $I$ .

b) Déterminer  $h'(x)$  pour tout  $x \in [-3 ; 10]$ .

$$h'(x) = \frac{(-2) \times (-2x - 8) - (-2x + 6) \times (-2)}{(-2x - 8)^2} = \frac{28}{(-2x - 8)^2}$$

c) En déduire le sens de variations de  $h$  sur  $I$ .

Comme  $(-2x - 8)^2$  est un carré, il est toujours positif.

De plus,  $28 > 0$  donc pour tout  $x$  de  $I$ ,  $h'(x) > 0$ .

$x$	-3	10
$h'(x)$	+	
$h(x)$	-6	↗ $\frac{1}{2}$

►2. Étudier le sens de variations de  $q$  définie par  $q(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x - 5$  sur  $[-10 ; 10]$ .

$$q'(x) = 6x^2 + 6x - 36$$

Je dois étudier le signe de  $q'(x)$  qui est un polynôme du second degré.

Je calcule  $\Delta = 6^2 - 4 \times 6 \times (-36) = 900$  et  $\sqrt{900} = 30$ .

Comme  $\Delta > 0$ ,  $q'(x)$  a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-6 - \sqrt{900}}{2 \times 6} &= \frac{-6 - \sqrt{900}}{12} & \frac{-6 + \sqrt{900}}{2 \times 6} &= \frac{-6 + \sqrt{900}}{12} \\ &= \frac{-6 - 30}{12} & &= \frac{-6 + 30}{12} \\ &= \frac{-36}{12} & &= \frac{24}{12} \\ &= -3 & &= 2 \end{aligned}$$

Les racines de  $q'$  sont  $x_1 = -3$  et  $x_2 = 2$ .

Comme  $\Delta > 0$ ,  $q'(x)$  est du signe de  $-a$  entre les racines. Ainsi

$x$	-10	-3	2	10	
$q'(x)$	+	0	-	0	+

On obtient ainsi le tableau de variation de  $q$ .

$x$	-10	-3	2	10	
$q'(x)$	+	0	-	0	+
$q(x)$	-1 345	↗ 76	↘ -49	↗ 1 935	

### Corrigé de l'exercice 4

►1. On considère la fonction  $g$  définie sur  $I = [-1 ; 10]$  par  $g(t) = \frac{-5t + 5}{3t + 5}$ .

a) Justifier que  $g$  est définie et dérivable sur  $I$ . Pour déterminer la valeur interdite, on doit résoudre  $3t + 5 = 0$ .

$$\begin{aligned} 3t + 5 &= 0 \\ 3t &= -5 \\ t &= \frac{-5}{3} \end{aligned}$$

Or  $-\frac{5}{3}$  n'est pas dans l'intervalle  $[-1 ; 10]$  et comme  $g$  est un quotient de polynômes, alors  $g$  est définie et dérivable sur  $I$ .

b) Déterminer  $g'(t)$  pour tout  $t \in [-1 ; 10]$ .

$$g'(t) = \frac{(-5) \times (3t + 5) - (-5t + 5) \times 3}{(3t + 5)^2} = \frac{-40}{(3t + 5)^2}$$

c) En déduire le sens de variations de  $g$  sur  $I$ .

Comme  $(3t + 5)^2$  est un carré, il est toujours positif.

De plus,  $-40 < 0$  donc pour tout  $t$  de  $I$ ,  $g'(t) < 0$ . Ainsi, on obtient

$t$	-1	10
$g'(x)$	-	
$g(x)$	5	↘ $-\frac{9}{7}$

- 2. Étudier le sens de variations de  $g$  définie par  $g(x) = 2x^3 - 30x^2 + 144x - 4$  sur  $[-10 ; 10]$ .

$$g'(x) = 6x^2 - 60x + 144$$

Je dois étudier le signe de  $g'(x)$  qui est un polynôme du second degré.

Je calcule  $\Delta = (-60)^2 - 4 \times 6 \times 144 = 144$  et  $\sqrt{144} = 12$ .

Comme  $\Delta > 0$ ,  $g'(x)$  a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-60) - \sqrt{144}}{2 \times 6} &= \frac{60 - \sqrt{144}}{12} & \frac{-(-60) + \sqrt{144}}{2 \times 6} &= \frac{60 + \sqrt{144}}{12} \\ &= \frac{60 - 12}{12} & &= \frac{60 + 12}{12} \\ &= \frac{48}{12} & &= \frac{72}{12} \\ &= 4 & &= 6 \end{aligned}$$

Les racines de  $g'$  sont  $x_1 = 4$  et  $x_2 = 6$ .

Comme  $\Delta > 0$ ,  $g'(x)$  est du signe de  $-a$  entre les racines. Ainsi

$x$	-10	4	6	10	
$g'(x)$	+	0	-	0	+

On obtient ainsi le tableau de variation de  $g$ .

$x$	-10	4	6	10	
$g'(x)$	+	0	-	0	+
$g(x)$	-6 444	220	212	436	

### Corrigé de l'exercice 5

- 1. On considère la fonction  $g$  définie sur  $I = [-10 ; 0]$  par  $g(t) = \frac{-2t + 7}{-3t + 3}$ .

- a) Justifier que  $g$  est définie et dérivable sur  $I$ . Pour déterminer la valeur interdite, on doit résoudre  $-3t + 3 = 0$ .

$$\begin{aligned} -3t + 3 &= 0 \\ -3t &= -3 \\ t &= \frac{-3}{-3} \end{aligned}$$

Or 1 n'est pas dans l'intervalle  $[-10 ; 0]$  et comme  $g$  est un quotient de polynômes, alors  $g$  est définie et dérivable sur  $I$ .

- b) Déterminer  $g'(t)$  pour tout  $t \in [-10 ; 0]$ .

$$g'(t) = \frac{(-2) \times (-3t + 3) - (-2t + 7) \times (-3)}{(-3t + 3)^2} = \frac{15}{(-3t + 3)^2}$$

- c) En déduire le sens de variations de  $g$  sur  $I$ .

Comme  $(-3t + 3)^2$  est un carré, il est toujours positif.

De plus,  $15 > 0$  donc pour tout  $t$  de  $I$ ,  $g'(t) > 0$ .

$t$	-10	0
$g'(x)$	+	
$g(x)$	$\frac{9}{11}$	$\frac{7}{3}$

- 2. Étudier le sens de variations de  $k$  définie par  $k(x) = 3x^3 + 9x^2 - 135x + 10$  sur  $[-10 ; 10]$ .

$$k'(x) = 9x^2 + 18x - 135$$

Je dois étudier le signe de  $k'(x)$  qui est un polynôme du second degré.

Je calcule  $\Delta = 18^2 - 4 \times 9 \times (-135) = 5184$  et  $\sqrt{5184} = 72$ .

Comme  $\Delta > 0$ ,  $k'(x)$  a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-18 - \sqrt{5184}}{2 \times 9} &= \frac{-18 - \sqrt{5184}}{18} & \frac{-18 + \sqrt{5184}}{2 \times 9} &= \frac{-18 + \sqrt{5184}}{18} \\ &= \frac{-18 - 72}{18} & &= \frac{-18 + 72}{18} \\ &= \frac{-90}{18} & &= \frac{54}{18} \\ &= -5 & &= 3 \end{aligned}$$

Les racines de  $k'$  sont  $x_1 = -5$  et  $x_2 = 3$ .

Comme  $\Delta > 0$ ,  $k'(x)$  est du signe de  $-a$  entre les racines. Ainsi

$x$	-10	-5	3	10	
$k'(x)$	+	0	-	0	+

On obtient ainsi le tableau de variation de  $k$ .

$x$	-10	-5	3	10	
$k'(x)$	+	0	-	0	+
$k(x)$	-740	535	-233	2560	