

Contrôle de mathématiques

Samedi 04 Avril 2015

EXERCICE 1

Suite arithmétique

(5 points)

- 1) On considère la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par : $u_n = (n + 1)^2 - n^2$
 - a) Calculer les trois premiers termes : u_0 , u_1 et u_2 .
 - b) Montrer que la suite (u_n) est arithmétique. On précisera sa raison et son premier terme. Calculer alors u_{99} .
 - c) Calculer la somme : $S = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 195 + 197 + 199$
- 2) On considère une suite arithmétique (u_n) telle que : $u_2 = 4$ et $u_4 = -6$
 - a) Déterminer sa raison r puis son premier terme u_0 .
 - b) Exprimer u_n en fonction de n . Calculer u_{100} et conjecturer sa limite.

EXERCICE 2

Nombre de pages d'un livre

(3 points)

Jean est en train de lire un livre. En additionnant les numéros des pages qu'il a déjà lues, il obtient 351.

En additionnant les numéros des pages qui lui reste à lire, il obtient 469.

Le livre commence à la page 1.

- 1) A quelle page en est Jean ?
- 2) Combien ce livre contient-il de pages ?

EXERCICE 3

Suite géométrique

(4 points)

Soit (u_n) une suite géométrique telle que : $u_2 = 45$ et $u_4 = 405$

- 1) Quelles sont les raisons possibles pour la suite (u_n) ?
- 2) On sait que la suite (u_n) est croissante.
 - a) Déterminer la raison et le premier terme u_0 .
 - b) Exprimer u_n en fonction de n puis calculer u_7 .
 - c) Calculer la somme $S = 5 + 15 + 45 + 135 + \dots + 10\,935$

EXERCICE 4

Visualisation d'une suite

(3 points)

On a tracé dans l'annexe la courbe de la fonction $f(x) = 2\sqrt{x}$ ainsi que la droite $y = x$

- 1) On donne la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 2\sqrt{u_n}$.
 - a) Placer sur l'axe des abscisses les termes u_0, u_1, u_2, u_3 sur la représentation de l'annexe.

- b) Que peut-on conjecturer sur les variations et le comportement de la suite (u_n) .
- 2) Soit la suite (v_n) définie par $v_0 = 9$ et $v_{n+1} = 2\sqrt{v_n}$
- a) Placer sur l'axe des abscisses les termes v_0, v_1, v_2, v_3 sur la représentation de l'annexe.
- b) Que peut-on conjecturer sur les variations et le comportement de la suite (v_n) .

EXERCICE 5

Algorithme

(2 points)

On donne l'algorithme ci-contre.

- 1) Que calcule cet algorithme ?
- 2) Rentrer cet algorithme dans votre calculatrice. Recopier puis compléter le tableau suivant :

Variables : N, I et S entiers

Entrées et initialisation

| Lire N

| $0 \rightarrow S$

Traitement

| **pour** I variant de 1 à N **faire**

| $S + I^2 \rightarrow S$

| **fin**

Sorties : Afficher S

N	2	5	10	20	50
S					

EXERCICE 6

Suite arithmético-géométrique

(5 points)

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 5$ et $u_{n+1} = -\frac{2}{3}u_n + 5$

- 1) Calculer les termes u_1, u_2 et u_3 . On donnera les résultats sous forme de fraction irréductible.
- 2) On pose $v_n = u_n - 3$. Montrer que la suite (v_n) est géométrique dont on donnera la raison et le premier terme.
- 3) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n .
- 4) Déterminer la limite de u_n .
- 5) On pose $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ et $T_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.
Donner les expressions de S_n et T_n en fonction de n . Déterminer leurs limites.

Annexe
(À rendre avec la copie)

Nom :

Prénom :

