Contrôle de mathématiques

Mercredi 30 mai 2018

EXERCICE 1

Menus **(5 points)**

Un menu rapide proposé par un restaurant un plat et un dessert. Les clients ont le choix entre trois plats P_1, P_2, P_3, et deux desserts D_1 et D_2. On interroge au hasard un client.

1) On a constaté sur 300 menus servis que :
   - 30 % des clients ont choisi le plat P_2,
   - 40 % des clients ont choisi le dessert D_2 dont un quart ont choisi le plat P_2.
   - 20 % n'ont pris ni le plat P_2, ni le plat P_3 et parmi ceux-ci 42 ont pris le dessert D_1

   Recopier puis compléter le tableau suivant :

	D_1	D_2	Total
P_1			
P_2			
P_3			
Total			300

2) On appelle A l'évènement « le client a choisit le plat P_3 » et B l'évènement « le client a choisit le dessert D_1 ».
   Calculer les probabilités suivantes, en détaillant les calculs :

   a) $p(A)$ b) $p(B)$. c) $p(A \cap B)$ d) $p(A \cup B)$

   e) le client n'a pris ni le plat P_3, ni le dessert D_1.

EXERCICE 2

Tirages **(5 points)**

Une urne contient 5 boules rouges, 4 jaunes et 6 vertes. Toutes les boules sont indiscernables au toucher. On tire successivement et avec remise deux boules de l'urne.

Les probabilités seront données sous la forme d'une fraction irréductible.

1) Combien de tirages équiprobables composent l'univers ?
2) Déterminer la probabilité de l'évènement A : « les deux boules tirées sont de couleur verte ». On citera la formule utilisée.
3) Montrer que la probabilité de l'évènement B : « les deux boules tirées sont de la même couleur » est : $p(B) = \dfrac{77}{225}$
4) En déduire la probabilité de l'évènement C : « les deux boules tirées sont de couleurs différentes ».
5) On considère le jeu suivant : le joueur gagne 2 € si les deux boules obtenues sont de la même couleur, et perd 3 € sinon. On appelle X la variable aléatoire associée au gain algébrique du joueur.

a) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

b) Déterminer l'espérance et l'écart type de la variable aléatoire X. On se contentera pour cette question d'une approximation à 10^{-2} prés.

EXERCICE 3

Ascenseurs **(5 points)**

Les probabilités seront données à 10^{-3} près.

On interroge 20 employés au hasard travaillant dans un immeuble de bureaux comportant trois niveaux. On suppose que leurs réponses sont indépendantes les unes des autres et que le nombre de personnes travaillant dans cet immeuble est suffisamment important pour le choix soit assimilable à un tirage avec remise.
On a constaté qu'un tiers des employés se rendent au 2^e niveau.
On appelle X la variable aléatoire qui aux 20 personnes interrogée, associe le nombre de personnes se rendant au 2^e niveau.

1) Montrer que la variable X remplit les conditions d'application de la loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2) Déterminer la probabilité que 5 personnes exactement se rendent au 2^e niveau.
3) Déterminer la probabilité qu'au moins 4 personnes se rendent au 2^e niveau.
4) En moyenne sur les 20 personnes, combien se rendent au 2^e niveau ? (On arrondira à l'entier le plus proche)
5) Est-il raisonnable qu'être "quasi" sûr d'avoir au moins une personne se rendant au 2^e niveau ? Pourquoi ?

EXERCICE 4

Tournoi **(3 points)**

Deux joueurs A et B s'affrontent dans un tournoi de tennis de table. La probabilité que A gagne une partie est de 0,6. On joue 9 parties, le vainqueur est celui qui gagne le plus de parties.
Quelle est la probabilité que B gagne le tournoi ? (On expliquera clairement son raisonnement).

EXERCICE 5

Algorithme **(2 points)**

On lance n fois un dé bien équilibré. On veut déterminer la plus petite valeur de n pour que la probabilité d'obtenir au moins un six soit supérieur à 0,999.

Recopier puis compléter l'algorithme suivant afin qu'il affiche cette valeur de n puis rentrer cet algorithme et donner le résultat.

Variables : N entier
Entrées et initialisation
    $0 \rightarrow N$
Traitement
    tant que … $\leqslant$ … **faire**
        $\cdots \rightarrow N$
    fin
Sorties : Afficher …