Devoir à rendre
Pour le lundi 8 janvier 2018

EXERCICE 1

Autour de la définition de la dérivée **(3 points)**

Soit une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.

1) Donner la définition analytique du nombre dérivé de f en 1.
2) On donne $f(x) = 5x^2 - 6x + 2$.
   a) Déterminer l'équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ en 1.
   b) Peut-on trouver une tangente à $\mathscr{C}_f$ parallèle à la droite d'équation $y = -2x + 5$?

EXERCICE 2

Calculs de dérivées **(7 points)**

Déterminer la fonction dérivée des fonction f suivantes en ayant précisé auparavant l'ensemble sur lequel la fonction f est dérivable. On réduira au même dénominateur si nécessaire et l'on factorisera lorsque cela est possible.

1) $f(x) = 5x^3 - 2x^2 + 3x - 5$
2) $f(x) = \dfrac{-3x}{x^2 + 1}$
3) $f(x) = 4x + 3 + \dfrac{9}{x - 2}$
4) $f(x) = x\sqrt{x + 3}$
5) $f(x) = (5x^2 + 2x + 3)^4$
6) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x + 1}{2 - x}}$

EXERCICE 3

Étude d'une fonction polynôme **(5 points)**

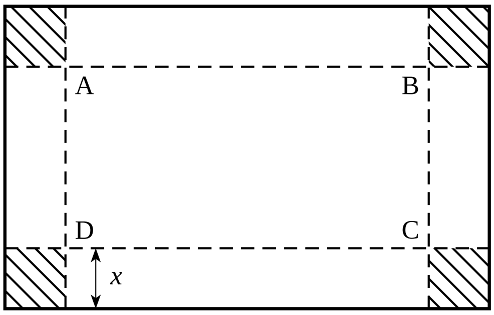
Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x^4 - 4x^3 + 2x^2 - 1$

1) Déterminer la fonction dérivée f' que l'on factorisera.
2) Résoudre l'équation $f'(x) = 0$ puis déterminer le signe de f' à l'aide d'un tableau de signes.
3) Dresser le tableau de variation de la fonction f. On calculera les valeurs exactes des extremum.
4) D'après le tableau de variation, combien de solutions possède l'équation $f(x) = 0$.
   On se justifiera.
   Déterminer, à l'aide de votre calculatrice, une valeur approchée à 10^{-3} de ces solutions.

EXERCICE 4

Prendre toutes les initiatives **(5 points)**

On dispose d'une feuille de carton rectangulaire, de 80 cm de long et 50 cm de large, avec laquelle on veut fabriquer une boîte ayant la forme d'un parallélépipède rectangle.
Pour cela, on découpe dans la feuille quatre carrés égaux, aux quatre coins (voir la figure), puis on plie le carton suivant les segments [AB], [BC], [CD] et [DA]. On appelle x la mesure en cm de côté de chaque carré découpé.



1) Pour quels valeurs de x la boîte est-elle réalisable ? On obtient alors un intervalle I.
2) Déterminer le volume $v(x)$ de la boîte en cm^3 en fonction de x.
3) Étudier les variations de la fonction v sur I. En déduire la valeur de x qui rend le volume de la boîte maximum. Quels sont alors alors les dimensions de la boîte ainsi que son volume en litre.