CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI – MONTPELLIER

EXERCICE 4C.1 Déterminer la dérivée de la fonction f (sous la forme $\frac{1}{u}$) sur l'intervalle I.

1. $f(x)=\frac{1}{5x+3}$, I = $\mathbb{R}$ $u(x)=5x+3$ $u'(x)=5$ Donc $f'(x)=\frac{-5}{(5x+3)^2}$	**2.** $f(x)=\frac{1}{1-3x}$, I = $\mathbb{R}$ $u(x)=1-3x$ $u'(x)=-3$ Donc $f'(x)=\frac{-(-3)}{(1-3x)^2}=\frac{3}{(1-3x)^2}$	**3.** $f(x)=\frac{1}{2x^3+1}$, I = $\mathbb{R}$ $u(x)=2x^3+1$ $u'(x)=2\times3x^2=6x^2$ Donc $f'(x)=\frac{-6x^2}{\left(2x^3+1\right)^2}$
4. $f(x)=\frac{1}{x^2-3x}$, I = $\mathbb{R}$ $u(x)=x^2-3x$ $u'(x)=2x-3$ Donc $f'(x)=\frac{-(2x-3)}{\left(x^2-3x\right)^2}$	**5.** $f(x)=\frac{1}{x^4+3x}$, I = $\mathbb{R}$ $u(x)=x^4+3x$ $u'(x)=4x^3+3$ $f'(x)=\frac{-\left(4x^3+3\right)}{\left(x^4+3x\right)^2}$	**6.** $f(x)=\frac{1}{1+\sqrt{x}}$, I = [0 ; +∞[$u(x)=1+\sqrt{x}$ $u'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$ $f'(x)=\frac{-\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\left(1+\sqrt{x}\right)^2}=-\frac{1}{2\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x}\right)^2}$

EXERCICE 4C.2 Déterminer la dérivée de la fonction f (sous la forme $\frac{u}{v}$) sur l'intervalle I.

1. $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{x}$, I = [0 ; +∞[$u(x)=\sqrt{x}$ $v(x)=x$ $u'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$ $v'(x)=1$ Donc $f'(x)=\frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}\times x-\sqrt{x}\times1}{x^2}=\frac{\frac{x}{2\sqrt{x}}-\sqrt{x}}{x^2}$ $=\frac{\frac{\sqrt{x}}{2}-\sqrt{x}}{x^2}=\frac{-\frac{\sqrt{x}}{2}}{x^2}=\frac{-\sqrt{x}}{2x^2}$	**2.** $f(x)=\frac{2x-3}{5x+1}$, I = $\mathbb{R}$ $u(x)=2x-3$ $v(x)=5x+1$ $u'(x)=2$ $v'(x)=5$ Donc $f'(x)=\frac{2\times(5x+1)-(2x-3)\times5}{(5x+1)^2}$ $=\frac{10x+2-10x+15}{(5x+1)^2}=\frac{17}{(5x+1)^2}$
3. $f(x)=\frac{x}{1+x}$, I = [0 ; +∞[$u(x)=x$ $v(x)=1+x$ $u'(x)=1$ $v'(x)=1$ Donc $f'(x)=\frac{1\times(1+x)-x\times1}{(1+x)^2}$ $=\frac{1+x-x}{(1+x)^2}=\frac{1}{(1+x)^2}$	**4.** $f(x)=\frac{x-1}{x^2-3x-4}$, I = $\mathbb{R}/\{-1;4\}$ $u(x)=x-1$ $v(x)=x^2-3x-4$ $u'(x)=1$ $v'(x)=2x-3$ $f'(x)=\frac{1\times\left(x^2-3x-4\right)-(x-1)\times(2x-3)}{\left(x^2-3x-4\right)^2}$ $=\frac{x^2-3x-4-\left(2x^2-3x-2x+3\right)}{\left(x^2-3x-4\right)^2}$ $=\frac{x^2-3x-4-2x^2+3x+2x-3}{\left(x^2-3x-4\right)^2}=\frac{-x^2+2x-7}{\left(x^2-3x-4\right)^2}$