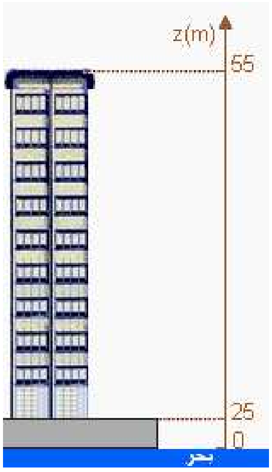


تمرين 1

-1 طاقة الوضع الثقالية للكرة:

تعبير طاقة الوضع الثقالية لجسم هو: $E_p = mgz + Cte$

حيث z أنسوب مركز قصوره على محور رأسي موجه نحو الأعلى.

ليكن z_0 أنسوب المستوى الأفقي الذي اختير حالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية.

إذن عند $z = z_0 : E_p = 0 \leftarrow 0 = mgz_0 + Cte \leftarrow Cte = -mgz_0$

و بالتالي: $E_p = mg(z - z_0)$

أ- إذا اختيرت الحالة المرجعية لطاقة الوضع الثقالية عند سطح البحر:

$z_0 = 0 \leftarrow E_p = mgz$

ت.ع. $E_p = 0,5 \times 9,8 \times 55 = 269,5\ J$

ب- إذا اختيرت الحالة المرجعية لطاقة الوضع الثقالية عند سطح الأرض:

$z_0 = 25 \leftarrow E_p = mg(z - 25)$

ت.ع. $E_p = 0,5 \times 9,8 \times (55 - 25) = 147\ J$

-2 تغير طاقة الوضع للكرة عند سقوطها على سطح الأرض:

تغير طاقة الوضع الثقالية مستقل عن اختيار الحالة المرجعية لطاقة الوضع و لا يتعلق إلا بارتفاع السقوط.

و هذا التغير يساوي مقابل شغل الوزن: $\Delta E_p = -W(\vec{P}) \leftarrow \Delta E_p = -mgh$

ت.ع. $h = 55 - 25 = 30\ m \leftarrow \Delta E_p = -0,5 \times 9,8 \times 30 = -147\ J$

خلال سقوطها تتناقص طاقة الوضع الثقالية للكرة و هذا ما تدل عليه الإشارة السالبة للتغير.

-3 سرعتها عند وصولها سطح الأرض:

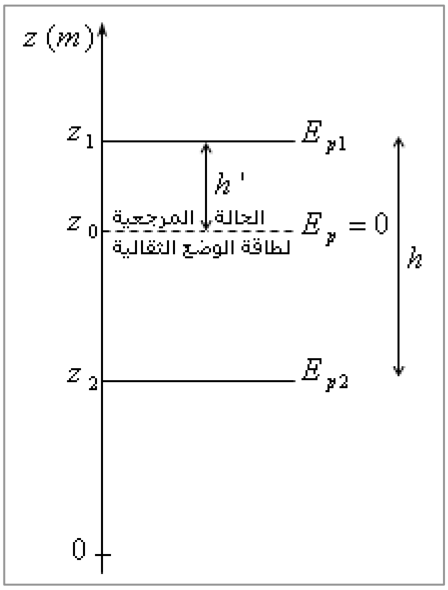
باعتبار أن كل طاقة الوضع الثقالية للكرة تحولت إلى طاقة حركية، فإن: $\Delta E_c = -\Delta E_p$

$$\leftarrow \frac{1}{2}mv^2 - 0 = -\Delta E_p \leftarrow v = \sqrt{-\frac{2\Delta E_p}{m}}$$

الكرة سقطت بدون سرعة بدئية

ت.ع. $v = \sqrt{-\frac{2 \times (-147)}{0,5}} = 24,2\ m.s^{-1}$

تمرين 2



-1 ارتفاع السقوط :

تغير طاقة الوضع الثقالية يساوي مقابل شغل الوزن:

$\Delta E_p = -W(\vec{P}) \leftarrow E_{p2} - E_{p1} = -mgh$

$\leftarrow h = \frac{E_{p1} - E_{p2}}{mg}$ ت.ع. $h = \frac{500 - (-900)}{3,00 \times 9,8} = 47,6\ m$

-2 موضع الحالة المرجعية لطاقة الوضع الثقالية بالنسبة لموضعه البدئي :

ليكن z_0 أنسوب المستوى الأفقي الذي اختير حالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية.

تعبير طاقة الوضع الثقالية للجسم في الحالة البدئية هو:

$E_{p1} = mg(z_1 - z_0) = mgh'$

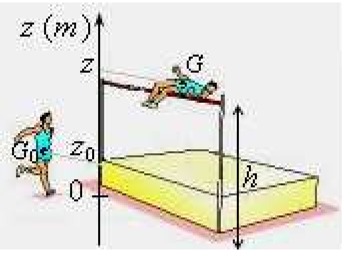
$\leftarrow h' = \frac{E_{p1}}{mg}$ ت.ع. $h' = \frac{500}{3,00 \times 9,8} = 17,0\ m$

3- سرعة الجسم عند مروره من هذه الحالة المرجعية :
باعتبار السقوط حرا، الجسم لا يخضع إلا لوزنه، و طاقته الميكانيكية تنحفظ .
بتطبيق هذا الانحفاظ بين الموضع البدئي و الموضع الذي اختير حالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية لدينا:

$$E_{c1}+E_{p1}=E_c+E_p \leftarrow 0+E_{p1}=E_c+0 \leftarrow E_{p1}=\frac{1}{2}mv^2$$

$$\leftarrow \boxed{v=\sqrt{\frac{2E_{p1}}{m}}} \quad \text{ت.ع.} \quad v=\sqrt{\frac{2\times 500}{3,00}}=\underline{18,3\ m.s^{-1}}$$

تمرين 3



1- تغير طاقة الوضع الثقالية للرياضي خلال القفز:
تغير طاقة الوضع الثقالية يساوي مقابل شغل الوزن:

$$\Delta E_p=-W(\vec{P}) \leftarrow \Delta E_p=-mg(z_0-z)$$

$$\leftarrow \Delta E_p=+mg(z-z_0)$$

و بملاحظة أن: $z_0=\frac{L}{2}$ و $z=h+0,10$ يستنتج: $\boxed{\Delta E_p=+mg(h+0,10-\frac{L}{2})}$

ت.ع. $\Delta E_p=+85,0\times 9,8\times(2,45+0,10-\frac{1,93}{2})=\underline{+1,32.10^3\ J}$

2- الارتفاع الأقصى النظري الذي يمكن للرياضي وصوله:
بافتراض أن الطاقة الحركية للرياضي تحولت كليا إلى طاقة وضع ثقالية، فإن: $\Delta E_p=-\Delta E_c$

$$\leftarrow +mg(h_{th}+0,10-\frac{L}{2})=-(0-\frac{1}{2}mv^2)$$

$$\leftarrow \boxed{h_{th}=\frac{v^2}{2g}+\frac{L}{2}-0,10} \quad \text{ت.ع.} \quad h_{th}=\frac{(21,6/3,6)^2}{2\times 9,8}+\frac{1,93}{2}-0,10=\underline{2,90\ m}$$

يلاحظ أن الارتفاع النظري أكبر من الارتفاع الحقيقي.

3- مقارنة مجموع الطاقة الحركية و طاقة الوضع الثقالية للرياضي قبل القفز و عند تجاوز العارضة:
يختار سطح الأرض حالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية.

- قبل القفز مجموع الطاقة الحركية و طاقة الوضع الثقالية للرياضي هو:

$$\boxed{E_{c0}+E_{p0}=\frac{1}{2}mv^2+mg\frac{L}{2}}$$

ت.ع. $E_{c0}+E_{p0}=\frac{1}{2}\times 85,0\times(21,6/3,6)^2+85,0\times 9,8\times\frac{1,93}{2}=\underline{+2,33.10^3\ J}$

- عند تجاوز العارضة مجموع الطاقة الحركية و طاقة الوضع الثقالية للرياضي هو:

$$\boxed{E'_c+E'_p=\frac{1}{2}mv'^2+mg(h+0,10)}$$

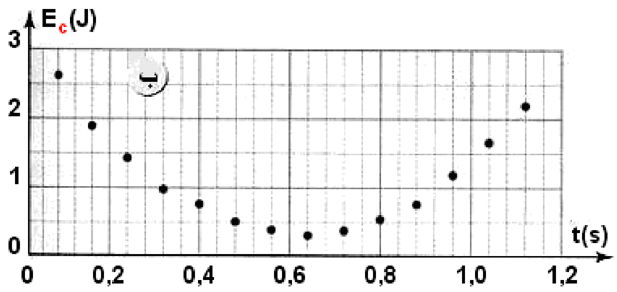
ت.ع. $E'_c+E'_p=\frac{1}{2}\times 85,0\times(3,6/3,6)^2+85,0\times 9,8\times(2,45+0,10)=\underline{+2,17.10^3\ J}$

- مقارنة و استنتاج: $E'_c+E'_p<E_{c0}+E_{p0}$

الطاقة الميكانيكية للرياضي لا تبقى ثابتة. التغير الملاحظ ناتج عن مقاومة الهواء.

تمرين 4

1- أ) أي المنحنيين يمثل مخطط الطاقة الحركية ؟
حركة الكرة تتضمن مرحلتين:
- مرحلة صعود خلالها تتناقص سرعتها و بالتالي طاقتها الحركية تتناقص
- مرحلة هبوط خلالها تتزايد سرعتها و بالتالي طاقتها الحركية تتزايد
إذن المنحنى الذي يوافق تغيرات الطاقة الحركية هو المنحنى ب .

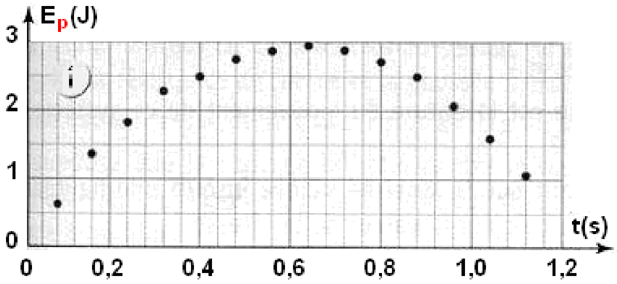


ب) <u>أي المنحنيين يمثل مخطط طاقة الوضع الثقالية؟</u>

تعبير طاقة الوضع الثقالية للكرة هو: $E_p = mgz$ (عند سطح الأرض: $z = 0$ و $E_p = 0$)

- خلال مرحلة الصعود تتزايد z و بالتالي طاقة الوضع الثقالية تتزايد،
- خلال مرحلة الهبوط تتناقص z و بالتالي طاقة الوضع الثقالية تتناقص،

إذن المنحنى الذي يوافق تغيرات طاقة الوضع الثقالية هو المنحنى أ .



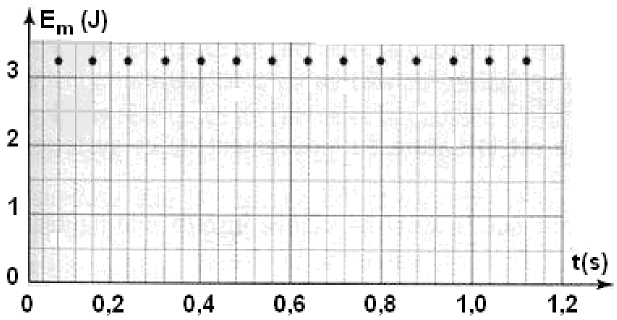
-2 <u>تمثيل مخطط الطاقة الميكانيكية:</u>

في كل لحظة الطاقة الميكانيكية تساوي مجموع الطاقة الحركية و طاقة الوضع الثقالية: $E_m = E_c + E_p$

<u>ت.ع</u>. لنحسب قيم E_m عند بعض اللحظات باستغلال المخططين:

$t(s)$	$0,08$	$0,24$	$0,4$	$0,56$	$0,72$	$0,88$	$1,04$
$E_c(J)$	$2,625$	$1,375$	$0,75$	$0,375$	$0,375$	$0,75$	$1,625$
$E_p(J)$	$0,625$	$1,875$	$2,5$	$2,875$	$2,875$	$2,5$	$1,625$
$E_m(J)$	$3,25$	$3,25$	$3,25$	$3,25$	$3,25$	$3,25$	$3,25$

<u>مخطط الطاقة الميكانيكية:</u>



<u>إستنتاج</u>: الطاقة الميكانيكية للكرة ثابتة.

-3 <u>سرعة الكرة عندما تصل قمة مسارها</u>:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}}}$$

<u>ت.ع</u>. قمة مسار الكرة توافق أدنى طاقة حركية، و قيمتها حسب مخطط الطاقة الحركية هي: $E_c = 0,25\ J$

$$\rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2 \times 0,25}{0,100}} = \underline{2,2\ m.s^{-1}}$$

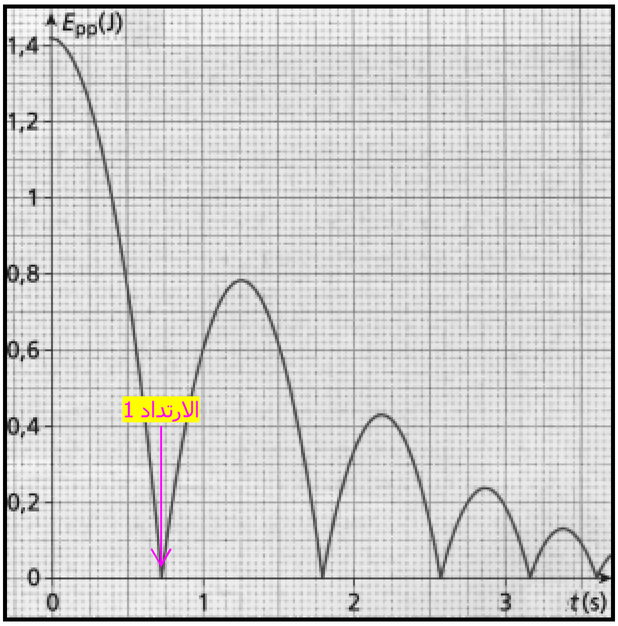
4- ارتفاع الكرة عند قمة مسارها:

$$E_p = mgz \leftarrow \boxed{z = \frac{E_p}{mg}}$$

ت.ع. قمة مسار الكرة توافق أقصى طاقة وضع ثقالية، و قيمتها حسب مخطط طاقة الوضع الثقالية هي: $E_p = 3,00\ J$

$$\leftarrow z = \frac{3,00}{0,100\times 9,8} = \underline{3,1\ m}$$

تمرين 5



1- اللحظة التي تصل فيها الكرة سطح الأرض للمرة الأولى، و تعليل أن سطح الأرض اتخذ حالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية:

• حسب المخطط الطاقي عند كل ارتداد: $E_{pp} = 0$

و بما أن الارتدادات تتم على سطح الأرض، يستنتج أن عند سطح الأرض: $E_{pp} = 0$، إذن سطح الأرض اتخذ حالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية.

• الارتداد الأول حصل عند اللحظة: $\underline{t \approx 0,7\ s}$

2- تحديد قيمة z_0:

$$E_{pp0} = mgz_0 \leftarrow \boxed{z_0 = \frac{E_{pp0}}{mg}}$$

ت.ع. حسب المخطط الطاقي: $E_{pp0} = 1,42\ J$

$$\leftarrow z_0 = \frac{1,42}{57\times 10^{-3}\times 9,8} = \underline{2,5\ m}$$

3- لحظة وصول الكرة الارتفاع الأقصى بعد الارتداد الأول و ارتفاعها:

• حسب المخطط : $\underline{t \approx 1,3\ s}$

• ارتفاع الكرة : $\boxed{z = \frac{E_{pp}}{mg}}$

ت.ع. حسب المخطط الطاقي: $E_{pp} = 0,78\ J \leftarrow z = \frac{0,78}{57\times 10^{-3}\times 9,8} = \underline{1,4\ m}$

4- حساب قيمة الطاقة الميكانيكية البدئية للكرة، و قيمة طاقتها الميكانيكية بعد الارتداد الأول. و استنتاج النسبة المئوية لتناقص هذه الطاقة:

• الطاقة الميكانيكية البدئية للكرة : $\boxed{E_0 = E_{c0} + E_{pp0}}$ ت.ع. $E_0 = 0 + 1,42 = \underline{1,42\ J}$

• الطاقة الميكانيكية للكرة بعد الارتداد الأول : $\boxed{E_1 = E_{c1} + E_{pp1}}$ ت.ع. $E_1 = 0 + 0,78 = \underline{0,78\ J}$

• النسبة المئوية لتناقص الطاقة الميكانيكية : $\boxed{\% = \frac{E_0 - E_1}{E_0}\times 100}$ ت.ع. $\% = \frac{1,42 - 0,78}{1,42}\times 100 = \underline{45\ \%}$

اصطدام الكرة بسطح الأرض يُفقدها 45% من طاقتها البدئية.

5- حساب قيمة الطاقة الميكانيكية بعد 8 ارتدادات. و حالة الكرة حينئذ :

- بعد الارتداد الأول الطاقة الميكانيكية المتبقية للكرة هي:

$$E_1 = E_0 - \frac{45}{100}E_0 = E_0\left(1 - \frac{45}{100}\right) = E_0\left(1 - \frac{45}{100}\right)^1$$

- بعد الارتداد الثاني الطاقة الميكانيكية المتبقية للكرة هي:

$$E_2 = E_1 - \frac{45}{100}E_1 = E_1\left(1 - \frac{45}{100}\right) = E_0\left(1 - \frac{45}{100}\right)^2$$

.
.
.

- إذن بعد الارتداد الثامن الطاقة الميكانيكية المتبقية للكرة هي: $E_8 = E_0\left(1-\frac{45}{100}\right)^8$

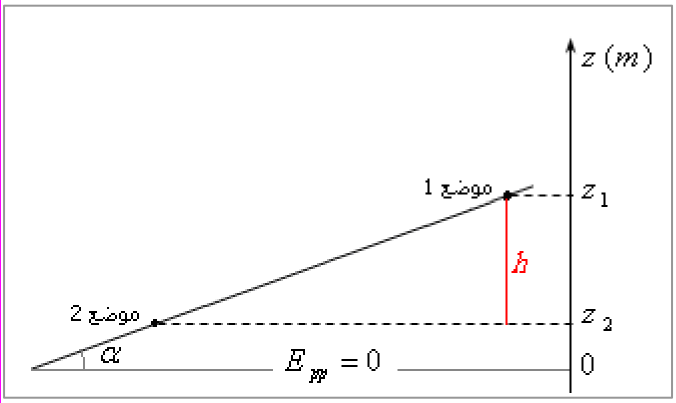
ت.ع. $E_8 = 1,42\times\left(1-\frac{45}{100}\right)^8 = \underline{0,01\ J}$

بعد 8 ارتدادات الطاقة الميكانيكية للكرة منعدمة تقريبا: يمكن اعتبار الكرة في حالة سكون تقريبا.

تمرين 6

-1 بيان أن الطاقة الميكانيكية للجسم لا تنحفظ :

- الطاقة الميكانيكية البدئية للجسم : $E_{m1} = E_{c1} + E_{pp1} = 0 + mgz_1 = mgz_1$
- الطاقة الميكانيكية النهائية للجسم : $E_{m2} = E_{c2} + E_{pp2} = \frac{1}{2}mv^2 + mgz_2$
- تغير الطاقة الميكانيكية للجسم : $\Delta E_m = E_{m2} - E_{m1}$



$\leftarrow\ \Delta E_m = \frac{1}{2}mv^2 + mgz_2 - mgz_1$

$\leftarrow\ \Delta E_m = \frac{1}{2}mv^2 - mgh$

ت.ع.

$\Delta E_m = \frac{1}{2}\times1,0\times4,7^2 - 1,0\times9,8\times2 = \underline{-\ 8,6\ J}$

$\Delta E_m < 0$: الطاقة الميكانيكية للجسم لا تنحفظ، بل تتناقص.

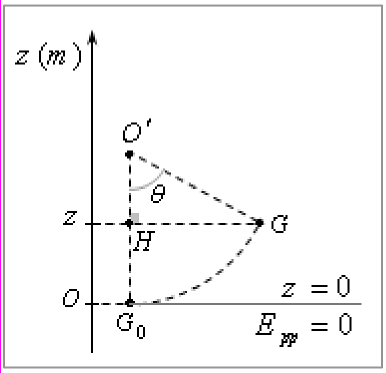
-2 حساب شدة قوة الاحتكاك :

$\Delta E_m = W_f = -f\cdot d = -f\cdot\frac{h}{\sin\alpha}$

$\leftarrow\ f = -\frac{\Delta E_m\cdot\sin\alpha}{h}$

ت.ع. $f = -\frac{(-8,6)\times\sin 30°}{2} = \underline{2,2\ N}$

تمرين 7



1- تعبير طاقة الوضع الثقالية للعارضة بدلالة أفصولها الزاوي:

تعبير طاقة الوضع الثقالية للعارضة هو: $E_{pp} = mgz + Cte$

باتخاذ الموضع $(\theta = 0)$ مرجعا لطاقة الوضع الثقالية فإن:

عند $z = 0 : E_{pp} = 0 \leftarrow 0 = 0 + Cte \leftarrow Cte = 0$

و بالتالي: $E_{pp} = mgz$

من خلال الشكل التوضيحي الممثل جانبه: $z = G_0H = O'G_0 - O'H = \frac{\ell}{2} - \frac{\ell}{2}\cos\theta$

و يستنتج التعبير التالي: $\boxed{E_{pp} = mg\frac{\ell}{2}(1-\cos\theta)}$

2- تحديد الموضع الذي تكون فيه طاقة الوضع الثقالية قصوى و حساب قيمتها:

E_{pp} قصوى $\leftarrow \cos\theta$ دنيا $\leftarrow \cos\theta = -1 \leftarrow \underline{\theta = \pm\pi}$ (موضع التوازن غير المستقر)

و هذه القيمة القصوى هي: $E_{pp\,\max} = mg\frac{\ell}{2}(1-(-1)) \leftarrow \boxed{E_{pp\,\max} = mg\ell}$

ت.ع. $E_{pp\,\max} = 0,400 \times 9,8 \times 1,00 = \underline{3,92\ J}$

3-

أ- الموضع الذي تكون فيه السرعة الزاوية للعارضة قصوى:

عند مرور العارضة من موضع توازنها المستقر $(\theta = 0)$ تنعدم طاقة الوضع الثقالية لديها، و بالتالي طاقتها الحركية تكون حينئذ قصوى، و بالتالي سرعتها الزاوية قصوى.

ب- حساب قيمة السرعة الزاوية:

• الطاقة الميكانيكية للعارضة في G : $E_m = E_c + E_{pp} = 0 + mg\frac{\ell}{2}(1-\cos\theta_0) = mg\frac{\ell}{2}(1-\cos\theta_0)$

• الطاقة الميكانيكية للعارضة في G_0 : $E_{m0} = E_{c0} + E_{pp0} = \frac{1}{2}J_\Delta\omega^2 + 0 = \frac{1}{6}m\ell^2\omega^2$

• بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة الميكانيكية : $E_{m0} = E_m$

$\leftarrow \frac{1}{6}m\ell^2\omega^2 = mg\frac{\ell}{2}(1-\cos\theta_0)$

$\leftarrow \boxed{\omega = \sqrt{3\frac{g}{\ell}(1-\cos\theta_0)}}$

ت.ع. $\omega = \sqrt{3 \times \frac{9,8}{1,00} \times (1-\cos 45°)} = \underline{2,9\ rad.s^{-1}}$

ت- بيان أن السرعة الزاوية للعارضة تنعدم في موضعين مع تحديدهما.و وصف حركة العارضة:

$\omega = 0 \leftarrow E_c = 0 \leftarrow E_{pp}$ قصوى $\leftarrow E_{pp} = mg\frac{\ell}{2}(1-\cos\theta_0)$

$\leftarrow mg\frac{\ell}{2}(1-\cos\theta) = mg\frac{\ell}{2}(1-\cos\theta_0)$

$\leftarrow \cos\theta = \cos\theta_0 \leftarrow \underline{\theta = \pm\ \theta_0}$

حركة العارضة تذبذبية بين الموضعين $\theta = +\ 45°$ و $\theta = -\ 45°$.

4-

أ- <u>بيان أن الطاقة الحركية للعارضة لا تنعدم و وصف حركة العارضة:</u>

بتطبيق انحفاظ الطاقة الميكانيكية بين الموضع البدئي ($\theta_0 = 45°$) و موضع التوازن غير المستقر ($\theta = \pm\pi$)، لدينا:

$$\underbrace{\frac{1}{2}J_\Delta \omega^2 + mg\frac{\ell}{2}(1-\cos\theta_0)}_{\text{الطاقة الميكانيكية في الموضع البدئي}} = \underbrace{E_c + mg\ell}_{\text{الطاقة الميكانيكية في موضع التوازن غير المستقر}}$$

نستنتج الطاقة الحركية في موضع التوازن غير المستقر: $\boxed{E_c = \frac{1}{6}m\ell^2\omega^2 + mg\frac{\ell}{2}(1-\cos\theta_0) - mg\ell}$

<u>ت.ع.</u> $E_c = \frac{1}{6}\times 0,400\times 1,00^2\times 15^2 + 0,400\times 9,8\times\frac{1,00}{2}\times(1-\cos 45°) - 0,400\times 9,8\times 1,00 = \underline{12,5\ J}$

و هي قيمة غير منعدمة.

بما أن الطاقة الحركية لا تنعدم في موضع التوازن غير المستقر، فإن العارضة تستمر في الدوران في نفس المنحى. حركتها ليست في هذه الحالة تذبذبية.

ب- <u>القيمتان القصوى و الدنيا للطاقة الحركية خلال حركة العارضة:</u>

- القيمة القصوى للطاقة الحركية توافق الموضع الذي تكون فيه طاقة الوضع الثقالية دنيا (منعدمة) و هو موضع التوازن المستقر ($\theta = 0$): $E_{c\max} + 0 = E_m \leftarrow \boxed{E_{c\max} = \frac{1}{6}m\ell^2\omega^2 + mg\frac{\ell}{2}(1-\cos\theta_0)}$

<u>ت.ع.</u> $E_c = \frac{1}{6}\times 0,400\times 1,00^2\times 15^2 + 0,400\times 9,8\times\frac{1,00}{2}\times(1-\cos 45°) = \underline{16,4\ J}$

- القيمة الدنيا للطاقة الحركية توافق الموضع الذي تكون فيه طاقة الوضع الثقالية قصوى و هو موضع التوازن غير المستقر ($\theta = \pm\pi$): $E_{c\min} + E_{pp\max} = E_m \leftarrow \boxed{E_{c\min} = \frac{1}{6}m\ell^2\omega^2 + mg\frac{\ell}{2}(1-\cos\theta_0) - mg\ell}$

<u>ت.ع.</u> $\underline{E_{c\min} = 12,5\ J}$