Chapitre 1 ~ Règles de calculs

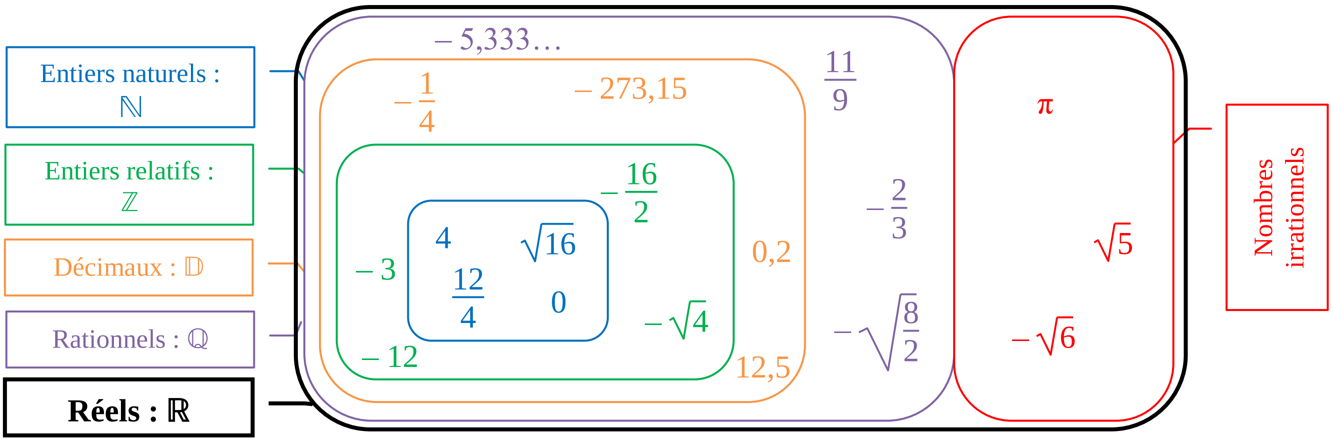
I – Vocabulaire et nouvelles notations

1. Les nombres

Définitions

- **Les <u>nombres entiers naturels</u> sont ceux qui servent à compter : 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; …**
  → ils sont notés $\mathbb{N}$.
- **Les <u>nombres entiers relatifs</u> sont les entiers naturels et leurs opposés : – 86 ; – 2 ; + 4 ; …**
  → ils sont notés $\mathbb{Z}$.
- **Les <u>nombres décimaux</u> n'ont pas une infinité de chiffres après la virgule : 4,5 ; – 0,374 ; …**
  → ils sont notés $\mathbb{D}$.
- **Les <u>nombres rationnels</u> peuvent tous s'écrire sous forme de fraction : $\frac{3}{4}$; $-\frac{1}{7}$; $\frac{11}{9}$; $2 = \frac{2}{1}$; …**
  → ils sont notés $\mathbb{Q}$.
- **Les <u>nombres réels</u> sont les rationnels et les irrationnels : π ; $\sqrt{5}$; …**
  → ils sont notés $\mathbb{R}$.

On peut regrouper toutes ces informations dans le schéma suivant :



Remarques

- Tout nombre entier naturel est aussi un entier relatif, on note : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.
- De même, on a : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.
- On note aussi par exemple :
  ¤ $\mathbb{R}^+$ l'ensemble des nombres réels positifs
  ¤ $\mathbb{Z}^*$ l'ensemble des nombres entiers relatifs non nuls
  ¤ $\mathbb{D} - \{5\}$ l'ensemble des nombres décimaux, sauf 5.
- L'ensemble vide se note $\varnothing$.

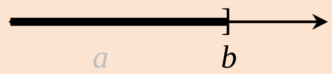
		Exercices : 28 p. 37

2. Intervalles de ℝ

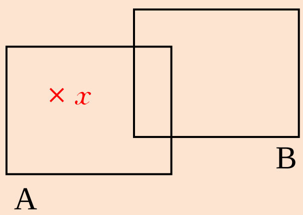
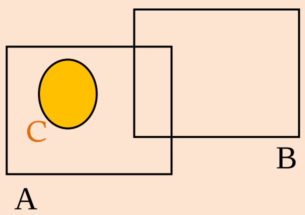
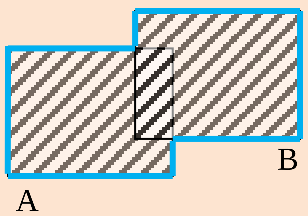
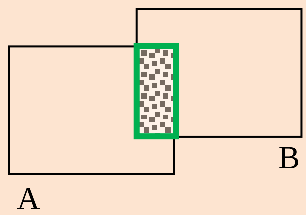
Définitions

Soient *a* et *b* deux nombres réels vérifiant *a* < *b*. On appelle <u>intervalle fermé [*a* ; *b*]</u> l'ensemble des réels x tels que $a \leqslant x \leqslant b$.

Toutes les possibilités d'intervalles sont données dans le tableau ci-dessous :

Notation	Nombres x	Représentation sur un axe
[a ; b] (fermé)	$a \leqslant x \leqslant b$	
]a ; b[(ouvert)	$a < x < b$	
[a ; b[	$a \leqslant x < b$	
]a ; b]	$a < x \leqslant b$	
[a ; + ∞]	$a \leqslant x$ (ou $x \geqslant a$)	
]a ; + ∞]	$a < x$ (ou $x > a$)	
[– ∞ ; b]	$x \leqslant b$	
[– ∞ ; b[	$x < b$	

3. Autres notations

∈ (appartenance)	⊂ (inclusion)	∪ (réunion)	∩ (intersection)
			
On choisit un élément d'un ensemble : $x \in$ A.	On choisit un sous-ensemble d'un ensemble : **C ⊂ A**.	L'ensemble des éléments se trouvant dans A ***OU*** dans B : **A ∪ B**.	L'ensemble des éléments se trouvant à la fois dans A ***ET*** dans B : **A ∩ B**.

Rappels sur les calculs : « 01 - EXOS - simplifications.doc »		Exercices : 37, 39 p. 37 (regarder « savoir-faire » indiqué)

II – Calcul littéral, l'essentiel

→ fiche « Utiliser sa calculatrice »

1. (Double-)distributivité

Définition

<u>**Développer**</u> **: transformer un produit de facteurs en une somme.**
<u>**Factoriser**</u> **: transformer une somme de termes en un produit.**

factorisation

Exemple : $(6 - x)(2x + 1) = 6 \times 2x + 6 - 2x^2 - x = 6 - 11x - 2x^2$.

développement

	En classe : 1, 9 p. 35	Exercices : 8, 10 (A, B, C) p. 35

Propriété

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd.$$

Exemples : * $C = (2+3x)(3-2y)$
$= 2\times 3 - 2\times 2y + 3x\times 3 - 3x\times 2y$
$= 6 - 4y + 9x - 6xy$
$= -6xy + 9x - 4y + 6.$

* $D = (-2+x)(y-3)$
$= -2\times y + 2\times 3 + x\times y - x\times 3$
$= -2y + 6 + xy - 3x$
$= xy - 3x - 2y + 6.$

	En classe : 1, 9 p. 35	Exercices : 10 (D) p. 35 + 11 p. 36

2. Cas particulier : identités remarquables

Formules

factorisations

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2\ ;$$
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2\ ;$$
$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2.$$

développements

Exemples : trois développements et trois factorisations.

$A = (2x+5)^2$
$A = (2x)^2 + 2\times 2x\times 5 + 5^2$
$A = 4x^2 + 20x + 25$

$B = (x-3)^2$
$B = x^2 - 2\times x\times 3 + 3^2$
$B = x^2 - 6x + 9$

$C = (5+2x)(5-2x)$
$C = 5^2 - (2x)^2$
$C = 25 - 4x^2.$

$D = x^2 + 4x + 4$
$D = x^2 + 2\times x\times 2 + 2^2$
$D = (x+2)^2$

$E = 9x^2 - 24x + 16$
$E = (3x)^2 - 2\times 3x\times 4 + 4^2$
$E = (3x^2 - 4)$

$F = 9x^2 - 16$
$F = (3x)^2 - 4^2$
$F = (3x+4)(3x-4).$

Remarques

- En général, $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$. En effet, $(2+3)^2 = 5^2 = 25$ et $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$.
- C'est pareil pour la soustraction !!
- On peut toujours factoriser une différence de carrés, mais en général pas une somme de carrés.

« 01 - EXOS - factorisations.doc »	En classe : 12, 18, 20, 22 p. 36	Exercices : 13, 17, 19, 31, 23 p. 36

3. Réduire au même dénominateur

Formule

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd} = \frac{ad+bc}{bd}.$$

Exemple : $\dfrac{-3x}{2-x} - \dfrac{1}{x} = \dfrac{-3x\times x}{x(2-x)} - \dfrac{2-x}{x(2-x)} = \dfrac{-9x^2-(2-x)}{2x-x^2} = \dfrac{-9x^2+x-2}{-x^2+2x} = \dfrac{9x^2-x+2}{x^2-2x}.$

	En classe : 26 p. 36	Exercices : 25, 27 p. 36