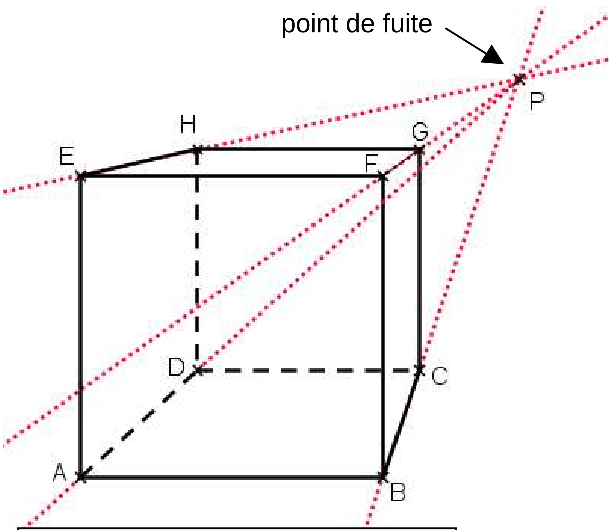
Géométrie dans l'espace

I) La perspective cavalière :

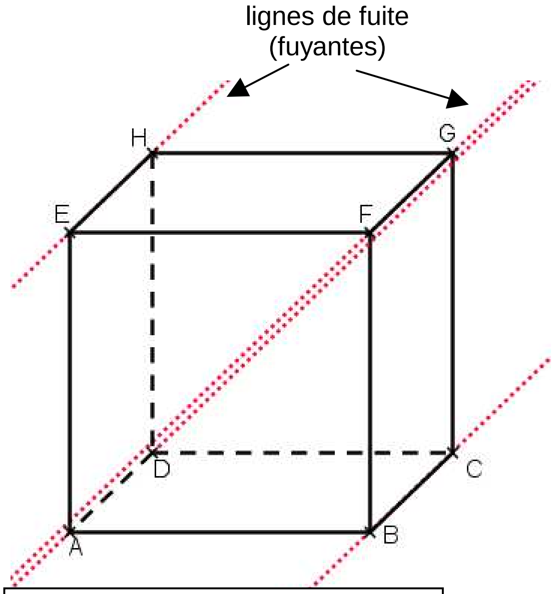
a) notion de perspective :

La perspective est une technique de représentation des solides sur une surface plane.

Ex :



représentation d'un cube en
perspective à un point de fuite



représentation d'un cube en
perspective cavalière

la perspective cavalière donne une meilleure idée de la forme réelle du cube dans l'espace!

b) perspective cavalière :

règles de construction d'un solide en perspective cavalière :

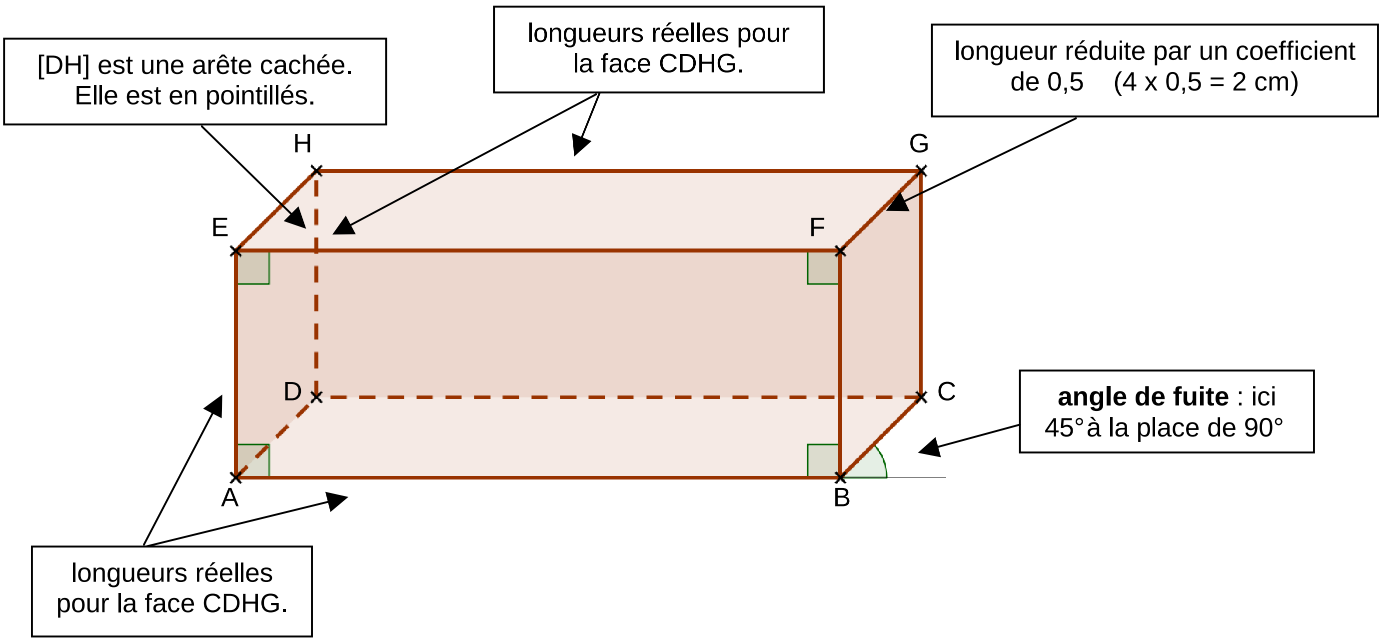
► les éléments **cachés** sont tracés **en pointillés**, les éléments visibles sont en trait plein.
► les éléments situés dans **un plan vu de face** (**frontal**) sont représentés **en vraie grandeur**.
► les **droites perpendiculaires au plan frontal** sont représentées par des droites parallèles **formant un angle (de fuite) avec l'horizontale**.
► **les longueurs représentées dans la direction des fuyantes** ne sont pas les longueurs réelles (**on les réduit par un coefficient de réduction en général 0,5 ou 0,7**).

propriétés :

► deux **droites parallèles** sont représentées par deux droites **parallèles**.
► deux **droites sécantes** sont représentées par deux droites **sécantes**.
► des **points alignés** sont représentés par des points **alignés**.
► les **milieux de segments** sont **conservés**.

Ex : Représentation en perspective cavalière d'un parallélépipède rectangle

ABCDEFGH tel que AB = 8cm BF=4cm EH = 3cm



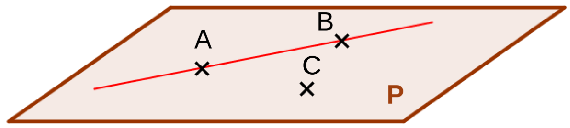
II) <u>Positions relatives de droites et plans :</u>

<u>rappel</u> : On peut imaginer un plan comme une feuille d'épaisseur nulle qui s'étend à l'infini.
Nous représenterons dans l'espace un plan P ainsi **:**

a) <u>règles d'incidence *(admises)* :</u>

- Dans chaque plan de l'espace, on peut appliquer **tous les théorèmes de géométrie plane** (Pythagore, Thalès, etc..)
- Par **deux points distincts** de l'espace passe **une droite et une seule notée (AB)**
- Par **trois points non alignés A, B, C** il passe un **unique plan noté (ABC)**
- Si deux points distincts **A et B appartiennent à un plan P** alors la droite **(AB) est contenue dans le plan P**.

(AB) est la droite unique passant par A et B !
Le plan P peut également être nommé (ABC) !



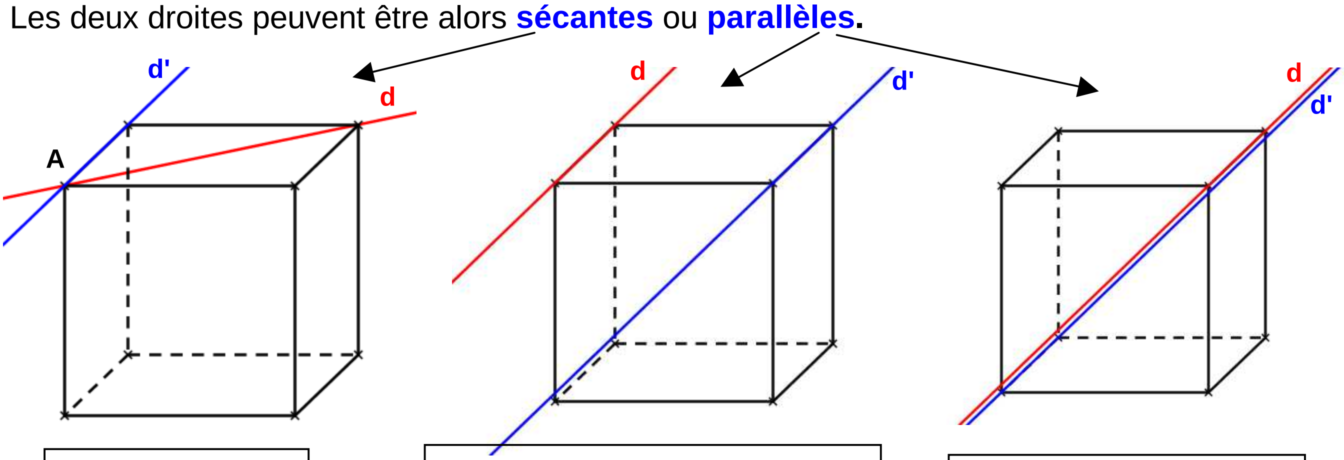
b) <u>positions relatives de deux droites :</u>

<u>propriété (admise) :</u>

<u>Dans l'espace, deux droites sont :</u>

- soit **coplanaires** (elles sont contenues **dans un même plan**)

Les deux droites peuvent être alors **sécantes** ou **parallèles**.



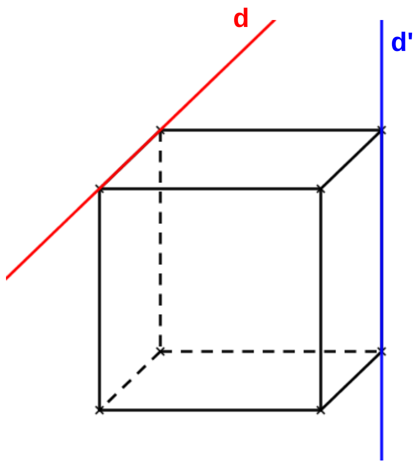
d et d' ont un point d' intersection A

d et d' sont **strictement parallèles** (pas de point d' intersection)

d et d' sont **confondues**

- soit **non coplanaires** (elles ne **pas** contenues **dans le même plan**)

d et d' ne sont pas coplanaires (pas de point commun)



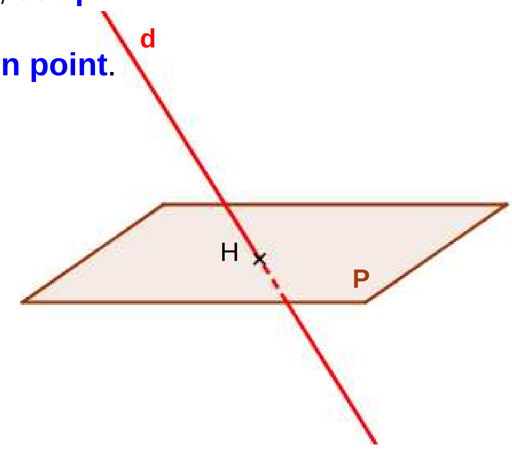
c) <u>positions relatives d'une droite et d'un plan :</u>

<u>propriété (admise) :</u>

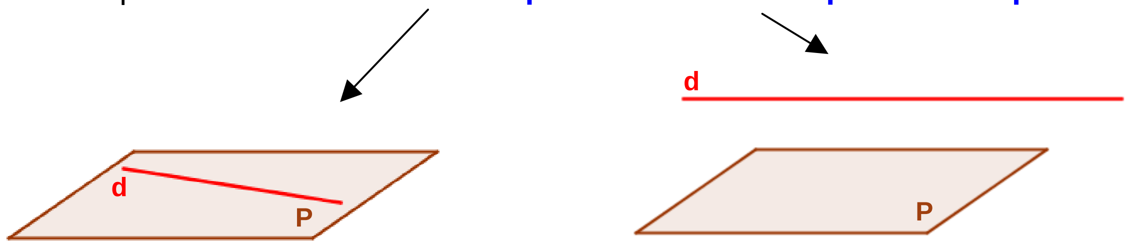
Dans l'espace, un plan et une droite sont soit **sécants**, soit **parallèles**

- quand ils sont **sécants**, leur **intersection est un point**.

d coupe le plan P en H



- quand ils sont **parallèles**,
  la droite peut être **contenue dans le plan** ou **strictement parallèle au plan** .

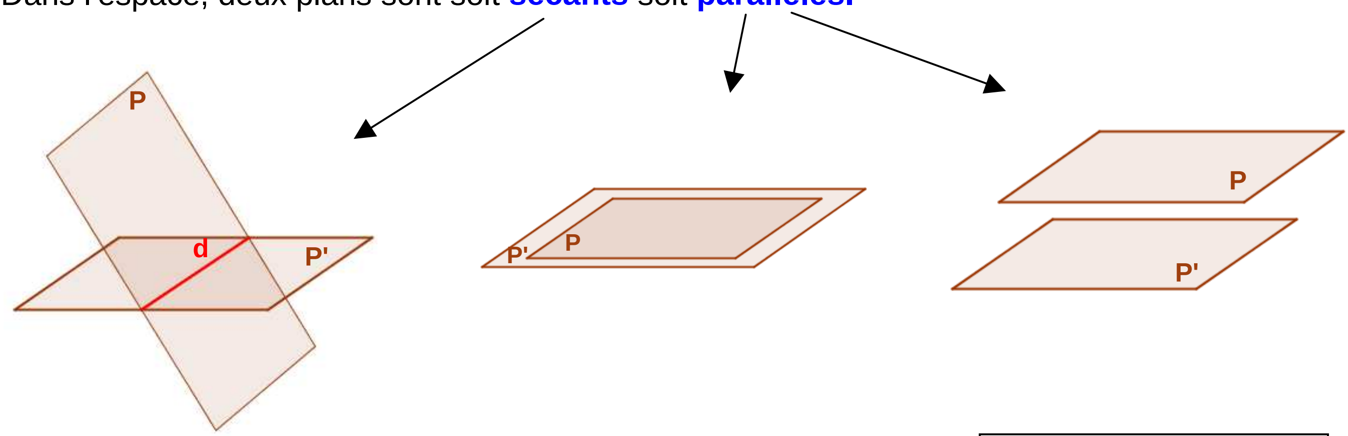


d // P

d) positions relatives de deux plans :

propriété (admise) :

Dans l'espace, deux plans sont soit **sécants** soit **parallèles.**



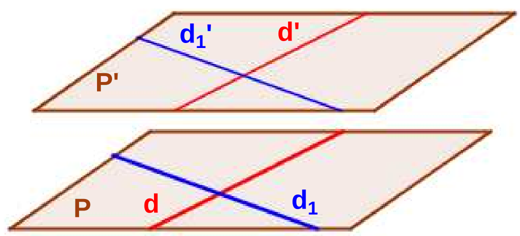
P et P' sont sécants selon la droite d	P et P' sont confondus	P et P' sont strictement parallèles

III) Parallélisme (propriétés admises) :

a) montrer que deux plans sont parallèles :

propriété : Si un plan P contient **deux droites sécantes parallèles** à **deux droites sécantes d'un plan P'** alors **P est parallèle à P'**

d et d_1 sont incluses dans P
d' et d_1' sont incluses dans P'
d //d' et d_1 // d_1'
donc P et P' sont parallèles



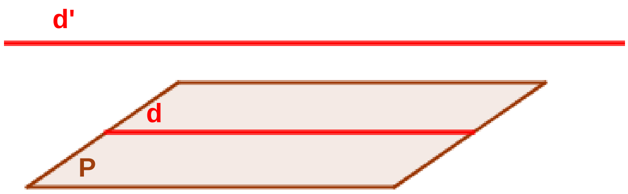
propriété : Si **deux plans sont parallèles**, **tout plan parallèle à l'un est parallèle à l'autre**

b) <u>montrer qu'une droite est parallèle à un plan :</u>

<u>propriété :</u> Si **une droite d' est parallèle à une droite d d'un plan P**, alors **la droite d' est parallèle au plan P**

d est incluse dans le plan P
d' // d

donc d' est parallèle à P

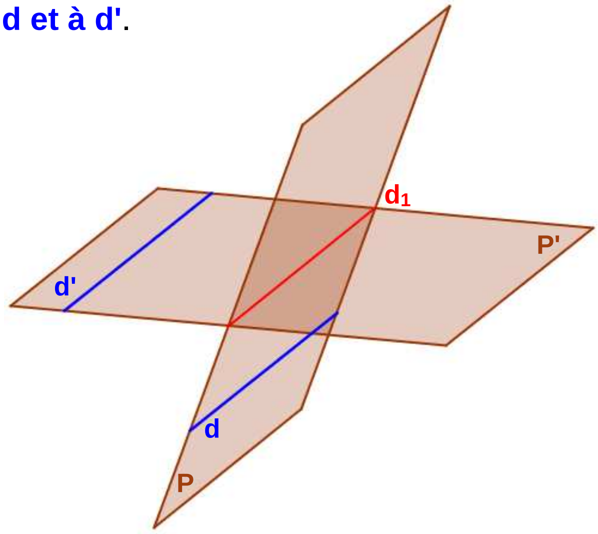


b) <u>montrer que deux droites sont parallèles :</u>

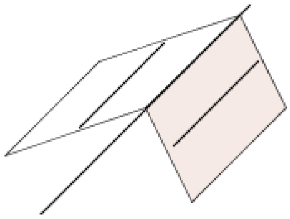
<u>propriété (théorème du «toit»):</u> Soient deux droites **d et d' parallèles**. **P est un plan contenant d** et **P' un plan contenant d'**. Si **les plans P et P' sont sécants**, **alors leur intersection est une droite parallèle à d et à d'**.

P et P' sont deux plans sécants selon $\mathbf{d_1}$
d est incluse dans le plan P
d' est incluse dans le plan P'
d' // d

donc $\mathbf{d_1}$ est parallèle à d et à d'



Cette propriété est le **"théorème du toit"** !



<u>propriété :</u> Si **deux plans sont parallèles**, alors **tout plan coupant l'un coupe aussi l'autre et les droites d'intersections sont parallèles**.

P et P' sont deux plans parallèles
Q et P sont deux plans sécants selon d
Q et P' sont deux plans sécants selon d'

donc d et d' sont parallèles