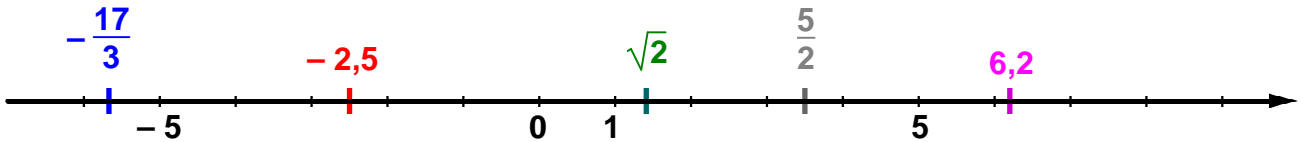


Généralités sur les fonctions

I) L'ensemble \mathbb{R} et les intervalles :

► Tous les nombres étudiés jusqu'à présent peuvent être rangés sur une droite graduée.



Tous les nombres **entiers**, **décimaux**, **rationnels**, **irrationnels** constituent l'ensemble des **nombre réels**; on le note \mathbb{R}

rappel : un nombre **rationnel** peut s'écrire sous forme de fraction.

$-\frac{17}{3}$, $-2,5$, $\frac{5}{2}$, $6,2$ sont **des rationnels**

$\sqrt{2}$ est **irrationnel**, on ne peut pas l'écrire sous forme de fraction.



► Tous les nombres compris entre deux abscisses de deux points d'une droite graduée constituent un intervalle.

Ex :



Toutes les abscisses comprises entre A et B forment un intervalle.



$[-2,5 ; 6,2]$ est l'écriture de l'intervalle (en prenant $-2,5$ et $6,2$ dans l'intervalle)

l'intervalle est fermé.

$] -2,5 ; 6,2]$ est l'écriture de l'intervalle (en excluant $-2,5$ de l'intervalle)

l'intervalle est ouvert à gauche, fermé à droite.

$[-2,5 ; 6,2[$ est l'écriture de l'intervalle (en excluant $6,2$ de l'intervalle)

l'intervalle est fermé à gauche, ouvert à droite.

$] -2,5 ; 6,2[$ est l'écriture de l'intervalle (en excluant $-2,5$ et $6,2$ de l'intervalle)

l'intervalle est ouvert.

On peut écrire \mathbb{R} sous la forme de l' intervalle $] -\infty ; +\infty [$

$-\infty$ se lit "moins l'infini" $+\infty$ se lit "plus l'infini"



| intervalle | réels x tels que | droite graduée |
|------------------|--------------------|----------------|
| $] -\infty ; b[$ | $x < b$ | |
| $[a ; b]$ | $a \leq x \leq b$ | |
| $] a ; b[$ | $a < x < b$ | |
| $[a ; b[$ | $a \leq x < b$ | |

II) Fonctions :

rappel : Je décide d'associer à chaque nombre d' une partie de \mathbb{R} un unique nombre. Je suis en train de fabriquer une fonction de cette partie de \mathbb{R} dans l'ensemble des réels.



définition : définir une fonction f d'une partie D de \mathbb{R} , c'est associer à chaque nombre x de D un réel unique noté $f(x)$

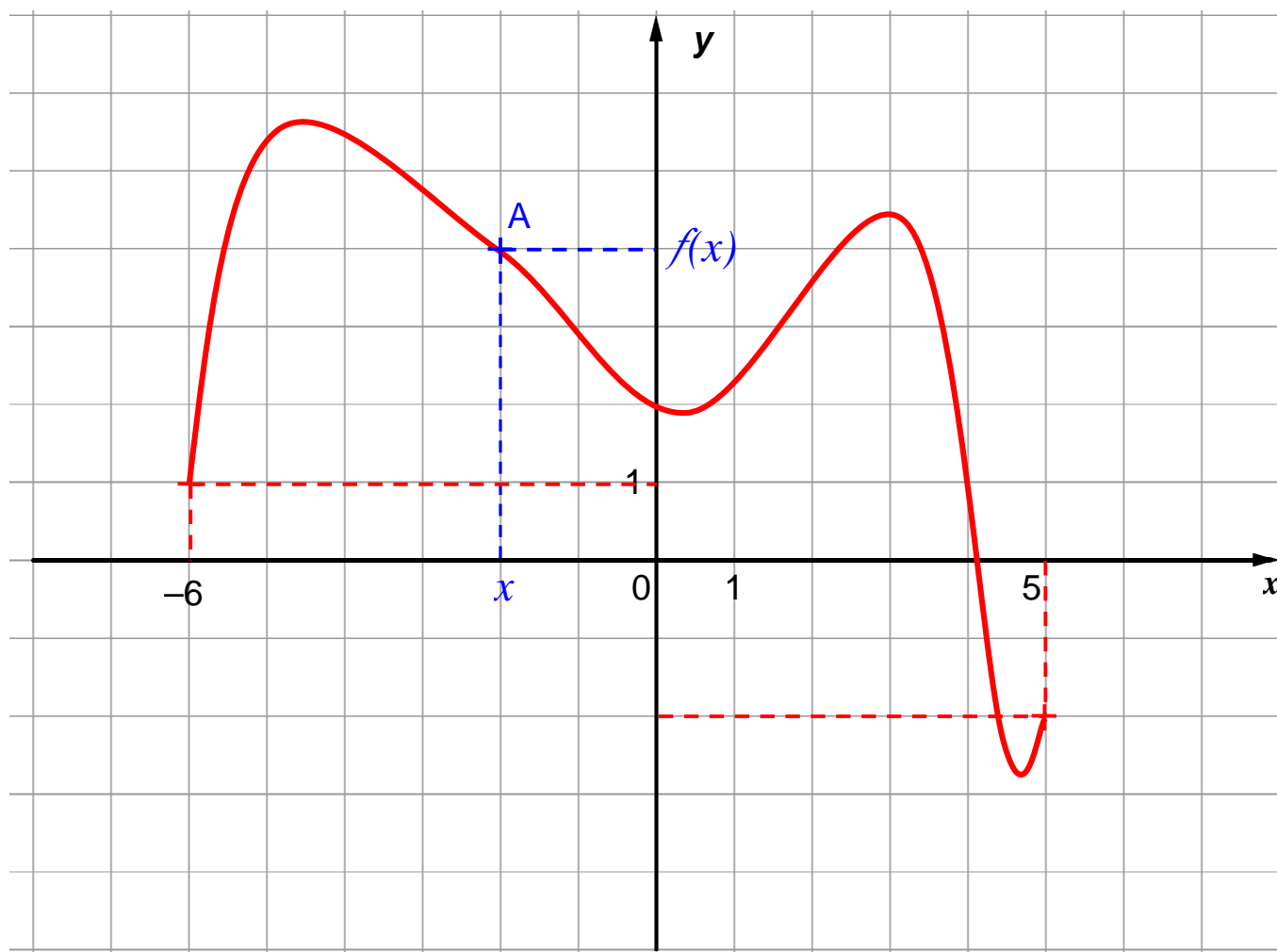
- D est appelé le **domaine de définition** de f
- $f(x)$ est l'**image** du nombre x
- si un nombre b est l'image de a par f , ($f(a) = b$) alors a est l'**antécédent** de b par f
- la fonction f peut être notée; $f : x \longmapsto f(x)$

définition : Soit f une fonction et D son ensemble de définition.

Dans un repère du plan, la **représentation graphique** \mathcal{C} de f est l'ensemble des points de coordonnées $(x; f(x))$ où x est un nombre appartenant à D

La courbe C a pour **équation** $y = f(x)$

Ex : Voici la courbe représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-6;5]$



III) Sens de variation :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I

définition :

dire que **la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle I** signifie que, pour deux nombres a et b de l'intervalle I , **si $a < b$ alors $f(a) < f(b)$**

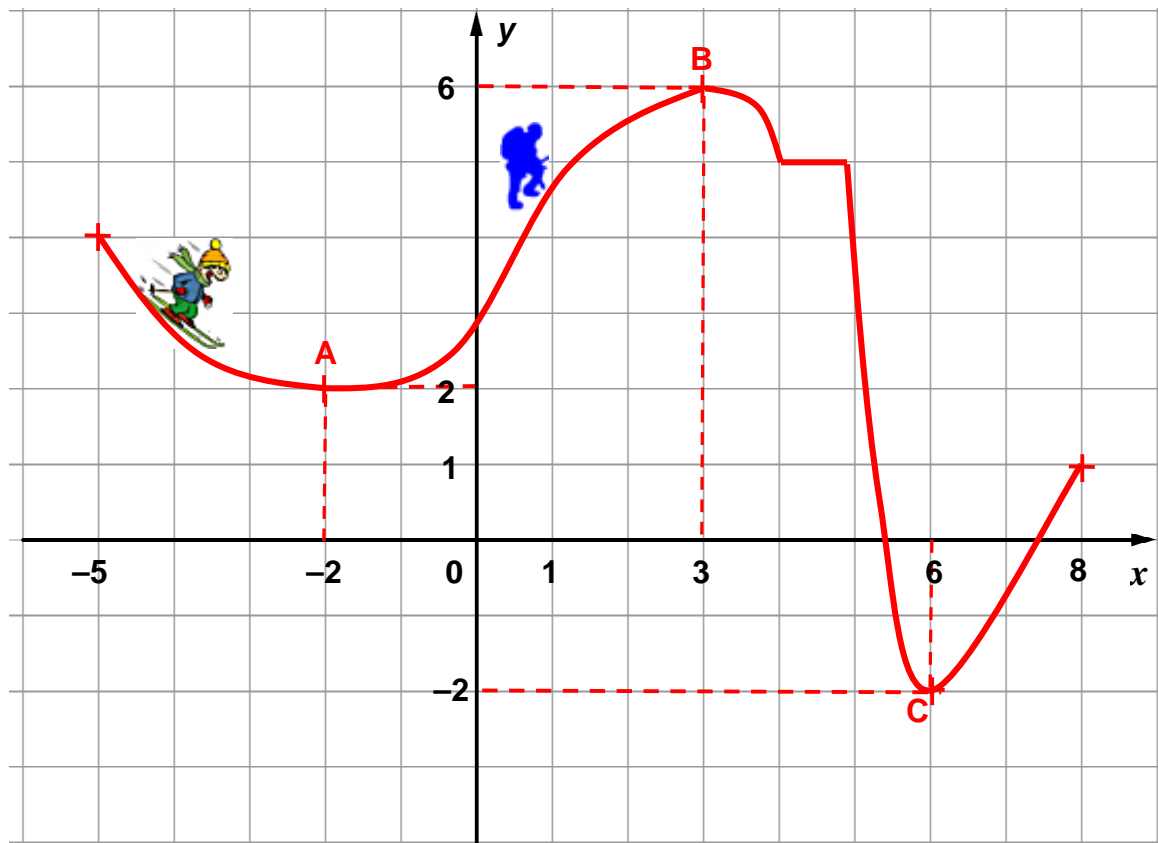
dire que **la fonction f est strictement décroissante sur l'intervalle I** signifie que, pour deux nombres a et b de l'intervalle I , **si $a < b$ alors $f(a) > f(b)$**

f est croissante signifie que pour deux nombres a et b de l'intervalle I , **si $a < b$ alors $f(a) \leq f(b)$**

f est décroissante signifie que pour deux nombres a et b de l'intervalle I , **si $a < b$ alors $f(a) \geq f(b)$**



Ex :



la fonction f ci-dessus est **strictement décroissante** sur $[-5;-2]$

la fonction f ci-dessus est **strictement croissante** sur $[-2;3]$

la fonction f est **décroissante** sur $[3;6]$. Je n'emploie pas le mot "strictement" sur cet intervalle !



définition :

le **maximum M** de f sur l' intervalle I est la plus grande valeur prise par $f(x)$ sur cet intervalle. On a alors pour tout x de I , $f(x) \leq M$

Ex :

la fonction f ci-dessus a pour maximum 6 sur l'intervalle $[-5;8]$. Il est atteint pour $x = 3$

le **minimum m** de f sur l' intervalle I est la plus grande valeur prise par $f(x)$ sur cet intervalle. On a alors pour tout x de I , $f(x) \geq m$

Ex :

la fonction f ci-dessus a pour minimum -2 sur l'intervalle $[-5;8]$. Il est atteint pour $x = 6$

un **extremum** est un maximum ou un minimum !



un **tableau de variations** résume les variations d'une fonction :

Voici le tableau de variations de la fonction précédente

| | | | | | |
|-----|----|----|---|----|---|
| x | -5 | -2 | 3 | 6 | 8 |
| f | 4 | 2 | 6 | -2 | 1 |

la flèche est "descendante", la fonction est décroissante entre -5 et -2 !

le point de coordonnées (3;6) est le plus "haut" de la courbe. 6 est le maximum de la fonction sur [-5;8]

le point de coordonnées (6;-2) est le plus "bas" de la courbe. -2 est le minimum de la fonction sur [-5;8]

IV) Résolution graphique d'équations et d'inéquations :

Soit f une fonction et D son ensemble de définition.

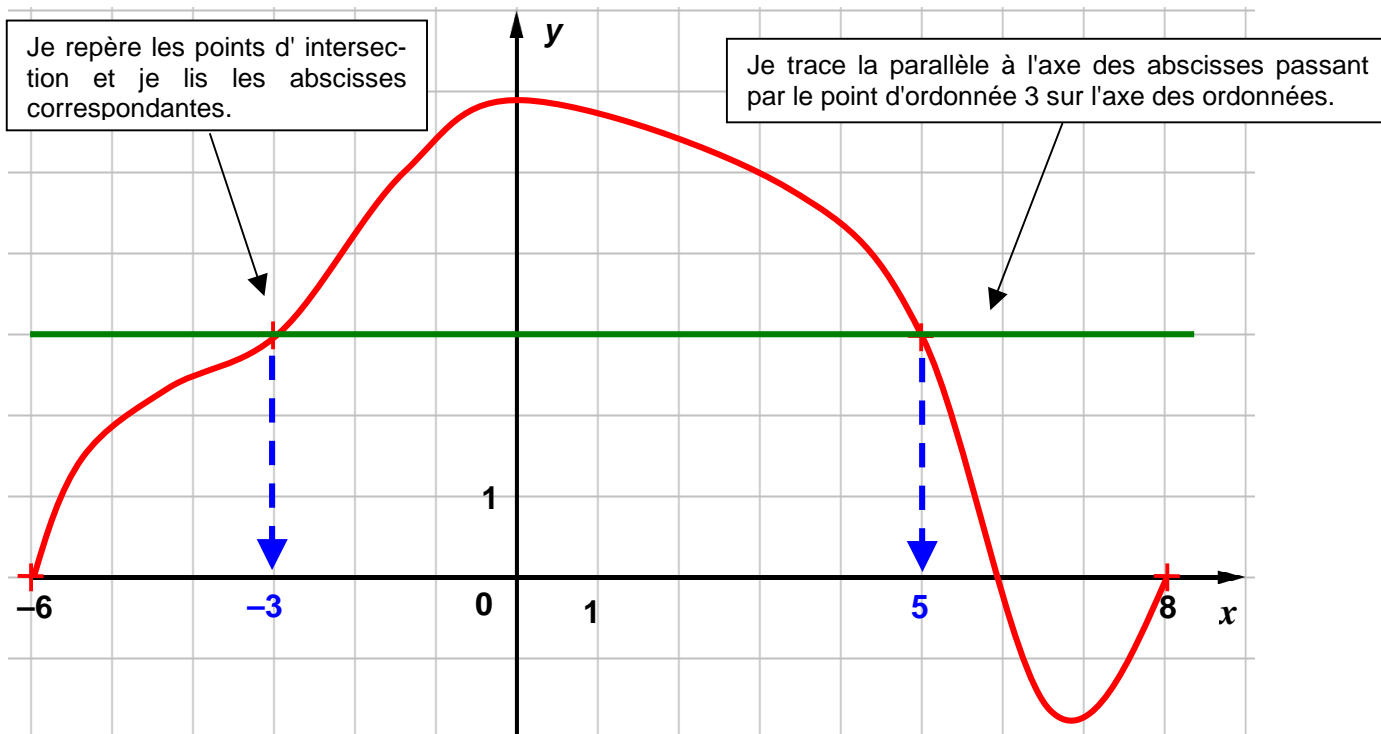
définition (rappel) :

Résoudre une équation (ou une inéquation) revient à trouver **toutes les solutions** pour lesquelles **l'égalité** (ou **l'inégalité**) est vraie.

On peut résoudre graphiquement des équations ou des inéquations.

Ex. Voici la courbe représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle [-6;8]

Résolvons graphiquement l'équation $f(x) = 3$

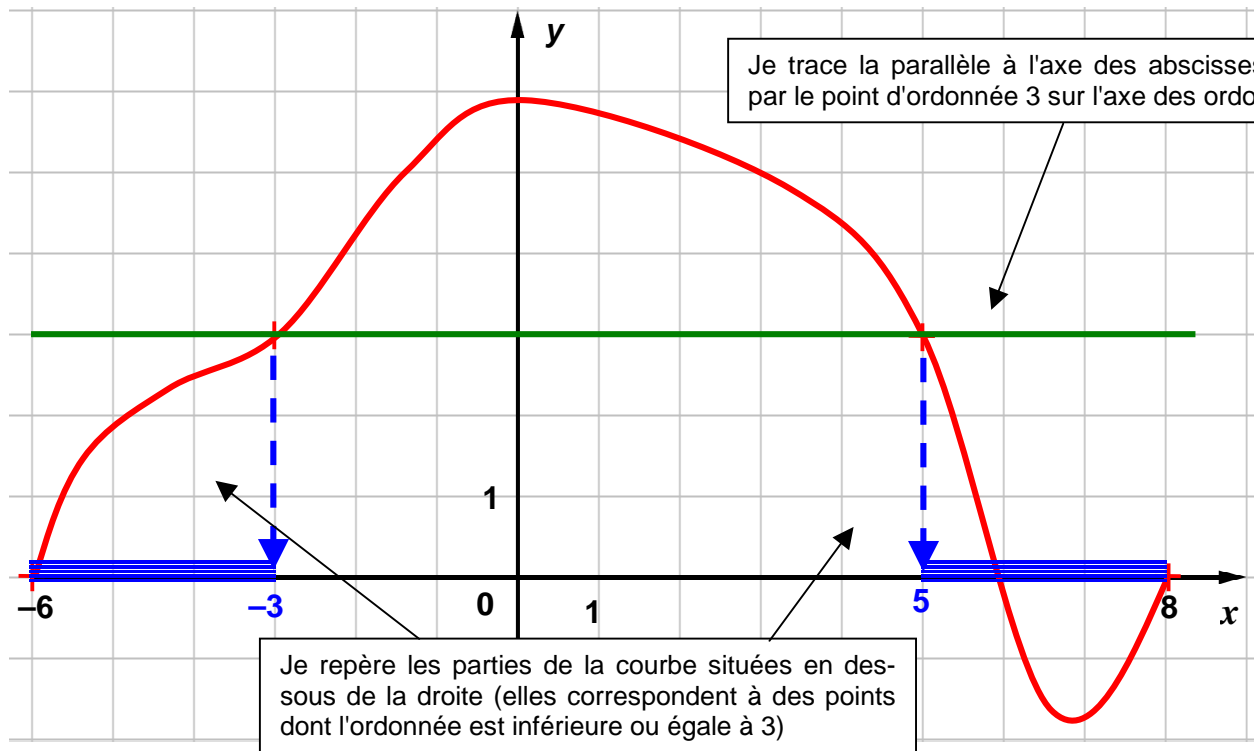


Les abscisses des points correspondants sont -3 et 5

L'équation $f(x) = 3$ a donc deux solutions : -3 et 5

Ex: Voici la courbe représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-6;8]$

Réolvons graphiquement l'inéquation $f(x) \leq 3$



Les solutions de l'inéquation se lisent sur l'axe des abscisses.

Ce sont tous les nombres de l'intervalle $[-6;3]$ **ou** de l'intervalle $[5;8]$

L'ensemble des solutions de l'inéquations est $S = [-6;-3] \cup [5;8]$

$f(x) \leq 3$ sur $[-6;8]$ pour $x \in [-6;-3] \cup [5;8]$ \cup se lit "union"

