Chapitre 8 ~ Fonctions (partie 2)

I – Parité d'une fonction

1. Fonction paire

Définition

Une fonction est <u>paire</u> si pour tout $x \in \mathcal{D}_f$, on a $-x \in \mathcal{D}_f$ et $f(-x) = f(x)$.

Exemple : Soit f la fonction définie sur $[-5\,;\,5]$ par $f(x) = 1 - \dfrac{x^2}{x^2+1}$.

Pour tout $x \in \mathcal{D}_f$, on remarque que :

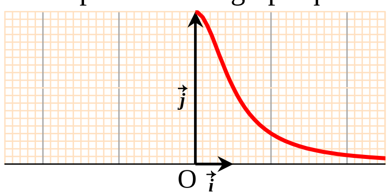
$\left.\begin{array}{l} * \; -x \in \ldots\ldots \\ * \; f(-x) = \end{array}\right\} \Rightarrow f$ est ....

Sans calculatrice, compléter les éléments suivants :

Tableau de valeurs :

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$											

Représentation graphique :



Remarque : Pour les fonctions paires, l'étude des variations sur une moitié de $\mathcal{D}_f$ suffit. Leurs représentations graphiques sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées. On dit encore que $\mathcal{D}_f$ est **<u>centré en 0</u>**.

2. Fonction impaire

Définition

Une fonction est <u>impaire</u> si pour tout $x \in \mathcal{D}_f$, on a $-x \in \mathcal{D}_f$ et $f(-x) = -f(x)$.

Exemple : Soit f la fonction définie sur $[-5\,;\,5]$ par $f(x) = \sqrt{x} - 1$.

Pour tout $x \in \mathcal{D}_f$, on remarque que :

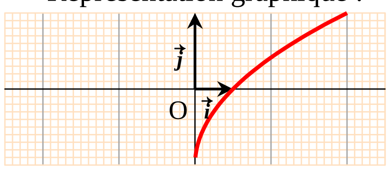
$\left.\begin{array}{l} * \; -x \in \ldots\ldots \\ * \; f(-x) = \end{array}\right\} \Rightarrow f$ est ....

Sans calculatrice, compléter les éléments suivants :

Tableau de valeurs :

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$											

Représentation graphique :



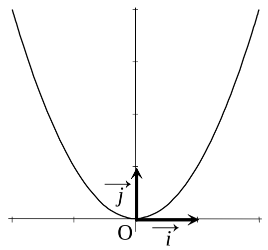
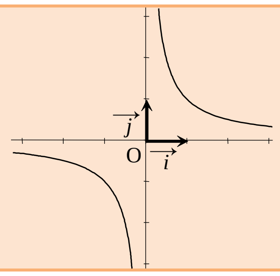
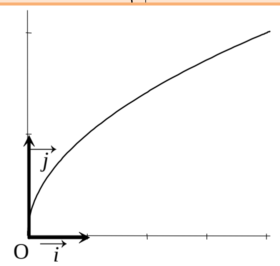
Remarque : Pour les fonctions impaires, l'étude des variations sur une moitié de $\mathcal{D}_f$ suffit aussi. Leurs représentations graphiques sont symétriques par rapport à l'origine. On dit toujours que $\mathcal{D}_f$ est **<u>centré en 0</u>**.

ATTENTION

Si une fonction s'appelle f,
*** c'est f qui est éventuellement paire ou impaire, pas $\mathcal{C}_f$ ou $\mathcal{D}_f$!**
*** c'est $\mathcal{C}_f$ qui est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées ou l'origine, pas f ou $\mathcal{D}_f$!**
*** c'est $\mathcal{D}_f$ qui est centré en 0, pas f ou $\mathcal{C}_f$!**

Exercices :	* Étudier la parité de $x \mapsto \dfrac{x+5}{x-2}$ sur $\mathbb{R} - \{-2\}$. * Étudier la parité de $x \mapsto x^4 - 2x^2$ sur $\mathbb{R}$.

II – Fonctions de référence

Fonction	$x \mapsto$?	$\mathcal{D}_{...}$?	Parité	Variations	Représentation graphique
	$x \mapsto a\,x + b$ $a =$ $b =$			• si $a < 0$, • si $a > 0$,	
	$x \mapsto x^2$			x | $-\infty$ $+\infty$ $x \mapsto x^2$ |	
	$x \mapsto \dfrac{1}{x}$			x | $-\infty$ $+\infty$ $x \mapsto \dfrac{1}{x}$ |	
	$x \mapsto \sqrt{x}$			x | $+\infty$ $x \mapsto \sqrt{x}$ |	

	En classe : **1, 7 p. 91 + 28, 29 p. 94 + 49 p. 96**	**Exercices :** **3, 10 p. 91 + 30, 34 p. 94 + 50 p. 96**

III – Transformation d'inégalités

1. Passage au carré

Propriété

Grâce aux variations de la fonction $x \mapsto x^2$, on sait que :
- si $x < y < 0$, alors $x^2 > y^2 > 0$.
- si $0 < x < y$, alors $0 < x^2 < y^2$.

Remarques

- Les carrés de nombres négatifs sont rangés dans l'ordre contraire ;
- Les carrés de nombres positifs sont rangés dans le même ordre.

	En classe : **36, 40 p. 94**	**Exercices :** **37, 38 p. 94**

2. *Passage à l'inverse*

Propriété

Grâce aux variations de la fonction $x \mapsto 1/x$, on sait que :

- si $x < y < 0$, alors $\frac{1}{x} > \frac{1}{y}$.

- si $0 < x < y$, alors $\frac{1}{x} > \frac{1}{y}$.

Remarques

- Les inverses de nombres négatifs sont rangés dans l'ordre contraire ;
- Les inverses de nombres positifs sont aussi angés dans l'ordre contraire !

	En classe : 54 p. 96	Exercices : 51 p. 96

IV – Opérations sur les encadrements

Un **encadrement** de π est 3,14 < π < 3,15. Cette encadrement est d'**amplitude** 3,15 – 3,14 = 0,01 (plus cette amplitude diminue, plus l'encadrement est précis).

OPÉRATION	CONDITION	SENS DES INÉGALITÉS	EXEMPLES (avec 1 < X < 3 ; –2 < Y < 9 et –3 < Z < –1)
X + *a*		L'ordre ne change pas	< X – 4 <
*a*X	*a* > 0	L'ordre ne change pas	< 2Y <
	a < 0	L'ordre est inversé	< – Y <
X^2	Si tout l'encadrement est positif ou nul	L'ordre ne change pas	< X^2 <
	Si tout l'encadrement est négatif ou nul	L'ordre est inversé	< Z^2 <
$\sqrt{X}$	Si tout l'encadrement est positif ou nul	L'ordre ne change pas	< $\sqrt{X}$ <
1/X	Si tout l'encadrement est strictement positif	L'ordre est inversé	< 1/X <
	Si tout l'encadrement est strictement négatif		< 1/Z <

OPERATION	MÉTHODE	EXEMPLE (avec 1 < X < 3 et 2 < Y < 9)
X+Y	On additionne membre à membre les deux encadrements	< X + Y <
X−Y	On ne peut soustraire membre à membre les deux encadrements : On encadre donc d'abord −Y puis X + (−Y)	< X + (− Y) <
X×Y	Si les deux encadrements sont positifs ou nuls, on les multiplie membre à membre ; sinon, on distingue plusieurs cas.	< X × Y <
$\frac{X}{Y}$	On ne peut diviser membre à membre les deux encadrements : On encadre donc d'abord 1/Y puis X × (1/Y)	< $X \times \frac{1}{Y}$ <

Remarque

Est-ce que l'encadrement – 100 < X + Y < 100 convient ? ⇒ lorsqu'on demande un encadrement, il est sous-entendu qu'il faille le trouver le plus précisément possible !

	En classe : 39 p. 94	Exercices : 42 p. 95 + 59 p. 96