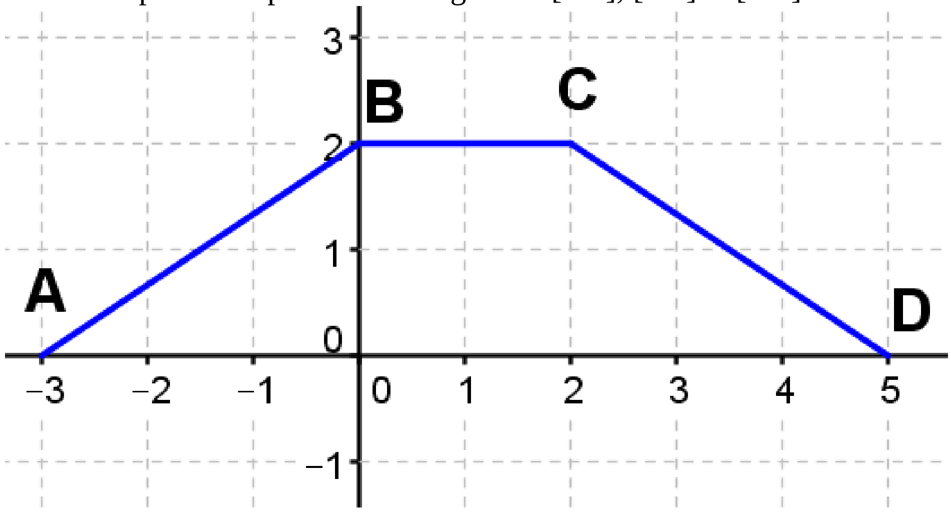
Fonction affine par morceau - CORRIGE

On considère les quatre points A (-3 ; 0), B (0 ; +2), C (+2 ; +2) et D (+5 ; 0).
La fonction affine f est représentée par les trois segments [AB], [BC] et [CD].



La fonction f se définit comme suit sur chaque intervalle : $[-3;0]$, $[0;2]$ et $[2;5]$:

Si $x \in [-3;0]$: l'équation de la droite (AB) est $y = ax + b$, avec $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{2-0}{0-(-3)} = \dfrac{2}{3}$

→ ainsi l'équation devient : $y = \dfrac{2}{3}x + b$: on utilise le point A (ou le point B au choix) :

on obtient : $y_A = \dfrac{2}{3}x_A + b$, soit : $0 = \dfrac{2}{3} \times (-3) + b$, soit $0 = -2 + b$ → $b = 2$

→ Si $x \in [-3;0]$: l'équation de la droite (AB) est $y = \dfrac{2}{3}x + 2$,

Sur $x \in [0;2]$: l'équation de la droite (BC) est $y = ax + b$, avec $a = \dfrac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \dfrac{2-2}{2-0} = 0$

→ l'équation devient : $y = 0 \times x + b = b$: on utilise le point B (ou le point C au choix) :

on obtient : $y_B = b$, soit : $2 = b$ → $b = 2$

→ Si $x \in [0;2]$: l'équation de la droite (BC) est $y = 2$,

Si $x \in [2;5]$: l'équation de la droite (CD) est $y = ax + b$, avec $a = \dfrac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \dfrac{0-2}{5-2} = \dfrac{-2}{3} = -\dfrac{2}{3}$

→ ainsi l'équation devient : $y = -\dfrac{2}{3}x + b$: on utilise le point C (ou le point D au choix) :

on obtient : $y_C = -\dfrac{2}{3}x_C + b$, soit : $2 = -\dfrac{2}{3} \times 2 + b$, soit $2 = -\dfrac{4}{3} + b$ → $b = 2 + \dfrac{4}{3} = \dfrac{10}{3}$

→ Si $x \in [2;5]$: l'équation de la droite (CD) est $y = -\dfrac{2}{3}x + \dfrac{10}{3}$

La fonction f se définit comme suit :

Si $x \in [-3;0]$: $f(x) = \dfrac{2}{3}x + 2$

Si $x \in [0;2]$: $f(x) = 2$

Si $x \in [2;5]$: $f(x) = -\dfrac{2}{3}x + \dfrac{10}{3}$