

EXERCICE 5A.1

Soit la fonction définie sur $]-\infty; +\infty[$ par :

$$f(x) = 2x - 5$$

1. Etudier le signe de $f(a) - f(b)$ pour a et b appartenant à $]-\infty; +\infty[$ avec $a < b$; en déduire le sens de variation de f sur cet intervalle.
2. Dresser le tableau de variation de f .

EXERCICE 5A.2

Soit la fonction définie sur $]-\infty; +\infty[$ par :

$$f(x) = -4x + 1$$

1. Etudier le signe de $f(a) - f(b)$ pour a et b appartenant à $]-\infty; +\infty[$ avec $a < b$; en déduire le sens de variation de f sur cet intervalle.
2. Dresser le tableau de variation de f .

EXERCICE 5A.3

Soit la fonction définie sur $]-\infty; +\infty[$ par :

$$f(x) = x^2 - 3$$

1. **a.** Etudier le signe de $f(a) - f(b)$ pour a et b appartenant à $[0; +\infty[$, avec $a < b$; en déduire le sens de variation de f sur cet intervalle.
b. Même consigne sur $]-\infty; 0]$.
2. Dresser le tableau de variation de f .

EXERCICE 5A.4

Soit la fonction définie sur $]-\infty; +\infty[$ par :

$$f(x) = (x+2)^2 - 6$$

1. **a.** Etudier le signe de $f(a) - f(b)$ pour a et b appartenant à $[-2; +\infty[$, avec $a < b$; en déduire le sens de variation de f sur cet intervalle.
b. Même consigne sur $]-\infty; -2]$.
2. Dresser le tableau de variation de f .

EXERCICE 5A.5

Soit la fonction définie sur $]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{1}{x-1}$$

1. **a.** Etudier le signe de $f(a) - f(b)$ pour a et b appartenant à $]1; +\infty[$, avec $a < b$; en déduire le sens de variation de f sur cet intervalle.
b. Même consigne sur $]-\infty; 1[$.
2. Dresser le tableau de variation de f .

EXERCICE 5A.6

Soit la fonction définie sur $]-\infty; +\infty[$ par :

$$f(x) = x^2 - 8x + 3$$

1. Soit a et b deux réels. Montrer que :
$$f(a) - f(b) = (a-b)(a+b-8)$$
2. **a.** Etudier le signe de $f(a) - f(b)$ pour a et b appartenant à $[4; +\infty[$, avec $a < b$; en déduire le sens de variation de f sur cet intervalle.
b. Même consigne sur $]-\infty; 4]$.
3. Dresser le tableau de variation de f .

EXERCICE 5A.7

Soit la fonction définie sur $]-\infty; +\infty[$ par :

$$f(x) = -2x^2 + 4x + 1$$

1. Soit a et b deux réels. Montrer que :
$$f(a) - f(b) = 2(b-a)(a+b-2)$$
2. **a.** Etudier le signe de $f(a) - f(b)$ pour a et b appartenant à $[1; +\infty[$, avec $a < b$; en déduire le sens de variation de f sur cet intervalle.
b. Même consigne sur $]-\infty; 1]$.
3. Dresser le tableau de variation de f .

EXERCICE 5A.8

Soit la fonction définie sur $]-\infty; 3[\cup]3; +\infty[$ par :

$$f(x) = 4 + \frac{2}{x-3}$$

1. Soit a et b deux réels. Montrer que :
$$f(a) - f(b) = \frac{2(b-a)}{(a-3)(b-3)}$$
2. **a.** Etudier le signe de $f(a) - f(b)$ pour a et b appartenant à $]3; +\infty[$, avec $a < b$; en déduire le sens de variation de f sur cet intervalle.
b. Même consigne sur $]-\infty; 3[$.
3. Dresser le tableau de variation de f .

EXERCICE 5A.9

Soit la fonction définie sur $]-\infty; -5[\cup]-5; +\infty[$ par :

$$f(x) = 2 - \frac{3}{x+5}$$

1. Soit a et b deux réels. Montrer que :
$$f(a) - f(b) = \frac{3(a-b)}{(a+5)(b+5)}$$

2. a. Etudier le signe de $f(a) - f(b)$ pour a et b appartenant à $] -5; +\infty[$, avec $a < b$; en déduire le sens de variation de f sur cet intervalle.
 b. Même consigne sur $] -\infty; -5[$.
3. Dresser le tableau de variation de f .

EXERCICE 5A.10

Soit la fonction définie sur $] -\infty; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{3}{x^2 + 1}$$

EXERCICE 5A.11

Soit la fonction définie sur $] -\infty; +\infty[$ par : $f(x) = x^3 - 3x$.

1. Soit a et b deux réels. Montrer que $f(a) - f(b) = (a - b)(a^2 + ab + b^2 - 3)$
2. A l'aide des propriétés des inégalités, déterminer le signe de $(a^2 + ab + b^2 - 3)$ dans les cas suivants :
 a. $a > 1$ et $b > 1$ b. $0 \leq a \leq 1$ et $0 \leq b \leq 1$ c. $-1 \leq a \leq 0$ et $-1 \leq b \leq 0$ d. $a < -1$ et $b < -1$
3. Compléter le tableau suivant :

a et b	$a < b < -1$	$-1 \leq a < b \leq 0$	$0 \leq a < b \leq 1$	$1 < a < b$
$a - b$				
$a^2 + ab + b^2 - 3$				
$f(a) - f(b)$				

4. Récapituler ces résultats dans un tableau de variation.