

CORRIGE – LA MERCI

EXERCICE 3A.1

Dans ma boîte à outil se trouvent des vis de différentes tailles (diamètre de la tête × longueur). Il y a 50 vis 4 × 30, 30 vis 4 × 35, 20 vis 4 × 40, 45 vis 5 × 30, 40 vis 5 × 35, 25 vis 5 × 40, et 15 vis 6 × 40. On choisit une vis au hasard. On considère qu'il y a équiprobabilité.

a. Probabilité d'obtenir une vis dont la tête mesure 6 mm :

$$= \frac{\text{nombre de vis dont la tête mesure 6 mm}}{\text{nombre total de vis}} = \frac{15}{50 + 30 + 20 + 45 + 40 + 25 + 15} = \frac{15}{225} = \frac{1}{15}$$

b. Quelle est la probabilité d'obtenir une vis de plus de 30 mm de longueur ?

$$= \frac{\text{nombre de vis de plus de 30 mm de longueur}}{\text{nombre total de vis}} = \frac{30 + 20 + 40 + 25 + 15}{50 + 30 + 20 + 45 + 40 + 25 + 15} = \frac{130}{225} = \frac{26}{45}$$

c. Quelle est la probabilité d'obtenir une vis dont la tête mesure au moins 5 mm ?

$$= \frac{\text{nombre de vis dont la tête mesure au moins 5 mm}}{\text{nombre total de vis}} = \frac{45 + 40 + 25 + 15}{50 + 30 + 20 + 45 + 40 + 25 + 15} = \frac{125}{225} = \frac{5}{9}$$

EXERCICE 3A.2

Dans une équipe de rugby, il y a un effectif de 35 joueurs sous contrat. 21 avants et 14 arrières. 15 avants pèsent plus de 100 Kg, alors que c'est le cas de seulement 3 arrières.

On appelle A l'événement « le joueur est un avant » et B l'événement « le joueur pèse plus de 100 Kg ».

a. Organiser ces données dans un tableau.

	Pas plus de 100 kg	Plus de 100 kg	Total
Avants	6	15	21
Arrières	11	3	14
Total	17	18	35

b. Je sélectionne un joueur au hasard. Déterminer la probabilité des événements suivants :

$$P(\text{« Le joueur est un avant »}) = \frac{\text{nombre d'avants}}{\text{nombre total de joueurs}} = \frac{21}{35} = \frac{3}{5}$$

$$P(\text{« Le joueur pèse moins de 100 Kg »}) = \frac{\text{nombre de joueurs pesant moins de 100 kg}}{\text{nombre total de joueurs}} = \frac{17}{35}$$

$$P(\text{« Le joueur est un avant de plus de 100 Kg »}) = \frac{\text{nombre d'avants de plus de 100 kg}}{\text{nombre total de joueurs}} = \frac{15}{35} = \frac{3}{7}$$

c. Je sélectionne un avant au hasard, déterminer la probabilité qu'il pèse plus de 100 Kg :

$$P = \frac{\text{nombre d'avants de plus de 100 kg}}{\text{nombre total d'avants}} = \frac{15}{21} = \frac{5}{7}$$

d. Je sélectionne un joueur de plus de 100 Kg au hasard, déterminer la probabilité que ce soit un avant.

$$P = \frac{\text{nombre d'avants de plus de 100 kg}}{\text{nombre total de joueurs de plus de 100 kg}} = \frac{15}{18} = \frac{5}{6}$$

EXERCICE 3A.3

On tire au hasard une carte parmi un jeu de 32 et on considère les événements suivants : T : « Tirer un trèfle » ; K : « Tirer un carreau » ; C : « Tirer un cœur » ; P : « Tirer un pique » ; A : « Tirer une figure » ; R : « Tirer un roi » ; V : « Tirer un valet ».

a. Calculer la probabilité des événements T, K, C, P, A, R et V.

$$p(T) = \frac{\text{nombre de trèfles}}{\text{nombre total de cartes}} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4} = p(K) = p(C) = p(P)$$

$$p(A) = \frac{\text{nombre de figures}}{\text{nombre total de cartes}} = \frac{12}{32} = \frac{3}{8} \quad p(R) = \frac{\text{nombre de rois}}{\text{nombre total de cartes}} = \frac{4}{32} = \frac{1}{8} = p(V)$$

b. Calculer la probabilité des événements $R \cap K$ et $A \cap T$.

$$p(R \cap K) = \frac{\text{nombre de rois de carreau}}{\text{nombre total de cartes}} = \frac{1}{32} \quad p(A \cap T) = \frac{\text{nombre de figures de trèfle}}{\text{nombre total de cartes}} = \frac{3}{32}$$

c. Calculer la probabilité des événements $R \cup K$ et $A \cup T$.

$$p(R \cup K) = p(R) + p(K) - p(R \cap K) = \frac{4}{32} + \frac{8}{32} - \frac{1}{32} = \frac{11}{32}$$

$$p(A \cup T) = p(A) + p(T) - p(A \cap T) = \frac{12}{32} + \frac{8}{32} - \frac{3}{32} = \frac{17}{32}$$

d. Calculer la probabilité des événements suivants :

« Tirer un carreau ou un pique » (**disjoints**)

« Ne pas tirer un carreau »

« Tirer le roi de pique »

« Tirer un valet différent du valet de pique »

« Tirer une figure à cœur »

« Ne tirer ni un cœur ni un valet »

« Ne pas tirer un roi »

$$p(K \cup P) = p(K) + p(P) - p(K \cap P) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$p(\bar{K}) = 1 - p(K) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$p(R \cap P) = \frac{\text{nombre de rois de pique}}{\text{nombre total de cartes}} = \frac{1}{32}$$

$$p(\overline{V \cap P}) = 1 - p(V \cap P) = 1 - \frac{1}{32} = \frac{31}{32}$$

$$p(A \cap C) = \frac{\text{nombre de figures de cœur}}{\text{nombre total de cartes}} = \frac{3}{32}$$

$$p(\overline{C \cup V}) = 1 - p(C \cup V) = 1 - \frac{11}{32} = \frac{21}{32}$$

$$p(\bar{R}) = 1 - p(R) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

e. Calculer la probabilité des événements suivants \bar{A} , \bar{C} , $\bar{R} \cap P$, $\bar{V} \cap \bar{P}$, $A \cup \bar{P}$ et $V \cap R$.

$$p(\bar{A}) = 1 - p(A) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$

$$p(\bar{C}) = 1 - p(C) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$p(\bar{R} \cap P) = \frac{\text{nombre de piques qui ne sont pas des rois}}{\text{nombre total de cartes}} = \frac{7}{32}$$

$$p(\bar{V} \cap \bar{P}) = p(\overline{V \cup P}) = 1 - p(V \cup P) = 1 - [p(V) + p(P) - p(V \cap P)] = 1 - \left(\frac{4}{32} + \frac{8}{32} - \frac{1}{32} \right) = \frac{21}{32}$$

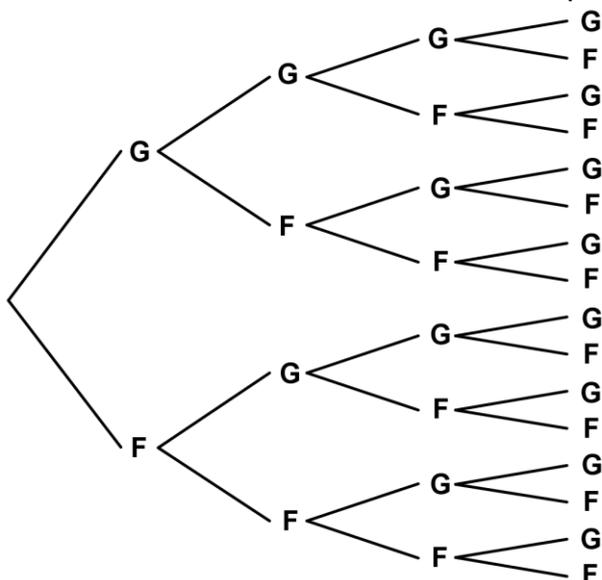
$$p(A \cup \bar{P}) = p(A) + p(\bar{P}) - p(A \cap \bar{P}) = \frac{12}{32} + \frac{24}{32} - \frac{9}{32} = \frac{27}{32}$$

Les événements V et R sont disjoints (incompatibles) donc $p(V \cap R) = 0$

EXERCICE 3A.4

Un jeune couple décide de faire 4 enfants, et il s'interroge sur le nombre de filles (F) ou de garçons (G). On considèrera que les deux événements sont équiprobables.

1. a. Construire un **arbre de dénombrement** de toutes les combinaisons possibles (du 1^{er} au 4^{ème} enfant)



b. 16 combinaisons possibles, en tenant compte de l'ordre des naissances.

2. À l'aide de l'arbre de dénombrement, calculer la probabilité des événements suivants :

A : « Le premier enfant du couple est un garçon ».

$$p(A) = \frac{\text{nombre de combinaisons où le premier enfant est un garçon}}{\text{nombre total de combinaisons}} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

B : « le couple a exactement 3 filles » : (GFFF, FGFF, FFGF, FFFG)

$$p(B) = \frac{\text{nombre de combinaisons contenant trois filles}}{\text{nombre total de combinaisons}} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

C : « Le couple a au moins 2 garçons » : → moins de deux garçons (GFFF, FGFF, FFGF, FFFG, FFFF)

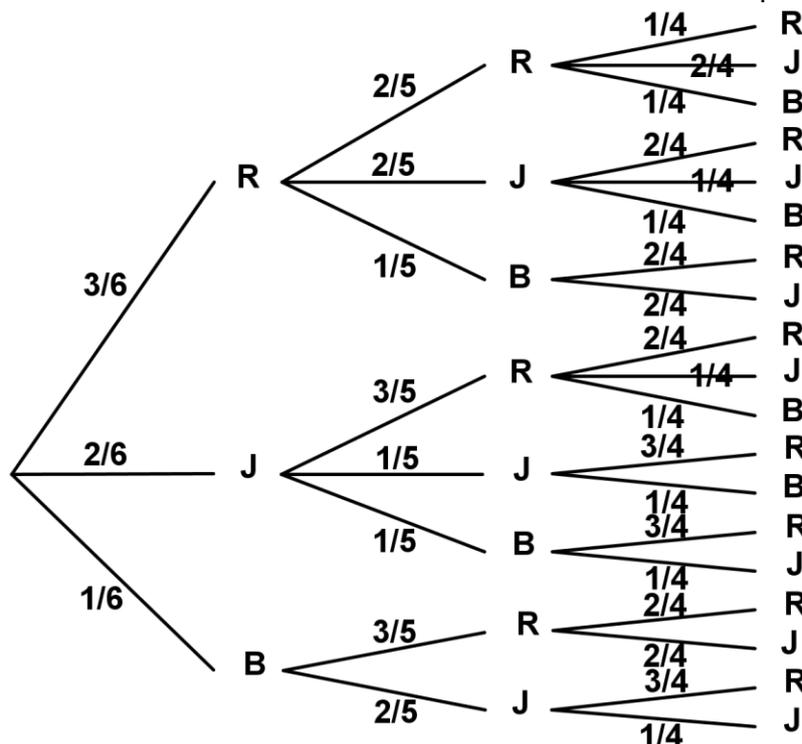
$$p(C) = 1 - p(\bar{C}) = 1 - \frac{\text{nombre de combinaisons contenant moins de deux garçons}}{\text{nombre total de combinaisons}} = 1 - \frac{5}{16} = \frac{11}{16}$$

D : « L'aîné(e) et le (la) cadet(te) (le ou la deuxième) sont de même sexe ».

$$p(D) = 1 - \frac{\text{nombre de combinaisons où les deux premiers enfants sont du même sexe}}{\text{nombre total de combinaisons}} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

EXERCICE 3A.5 (EXERCICE DE 1ère S).

1. a. Construire un arbre de dénombrement de toutes les combinaisons possibles de 3 boules.



b. On dénombre 19 combinaisons.

2. À l'aide de l'arbre de dénombrement, calculer la probabilité des événements suivants :

A : « On a 2 boules rouges »

B : « On a une boule de chaque couleur »

C : « On n'a pas de boule bleue »

D : « La première et la dernière boule tirée ont la même couleur ».