

CORRIGE – LA MERCI - MONTPELLIER

EXERCICE 1 - MARSEILLE 2000.

1. $D = (2x - 3)(5x + 4) + (2x - 3)^2$

$$D = (2x - 3)[(5x + 4) + (2x - 3)]$$

$$D = (2x - 3)[5x + 4 + 2x - 3]$$

$$D = (2x - 3)(7x + 1)$$

2. Résoudre l'équation : $(2x - 3)(7x + 1) = 0$.

soit $2x - 3 = 0$, soit $7x + 1 = 0$

soit $2x = 3$, soit $7x = -1$

soit $x = \frac{3}{2}$, soit $x = -\frac{1}{7}$

Les solutions de l'équation sont $x = \frac{3}{2}$ et $x = -\frac{1}{7}$.

EXERCICE 2 - LIMOGES 2000.

1. Soit $D = 9x^2 - 1$.

a. L'identité remarquable est : $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

b. $D = 9x^2 - 1 = (3x)^2 - 1^2 = (3x + 1)(3x - 1)$

2. Soit $E = (3x + 1)^2 + 9x^2 - 1$.

a. Développement :

$$E = (3x + 1)^2 + 9x^2 - 1$$

$$E = 9x^2 + 6x + 1 + 9x^2 - 1$$

$$E = 18x^2 + 6x$$

b. Factorisation

$$E = (3x + 1)^2 + 9x^2 - 1$$

$$E = (3x + 1)^2 + (3x + 1)(3x - 1)$$

$$E = (3x + 1)[(3x + 1) + (3x - 1)]$$

$$E = (3x + 1)[3x + 1 + 3x - 1]$$

$$E = 6x(3x + 1)$$

c. Résoudre l'équation : $6x(3x + 1) = 0$.

soit $6x = 0$, soit $3x + 1 = 0$

soit $x = 0$, soit $3x = -1$

soit $x = 0$, soit $x = -\frac{1}{3}$

Les solutions de l'équation sont $x = 0$ et $x = -\frac{1}{3}$.

EXERCICE 3 - NANTES 2000.

$$E = (3x + 5)(2x - 1) + 9x^2 - 25$$

1. Développement :

$$E = 6x^2 - 3x + 10x - 5 + 9x^2 - 25$$

$$E = 15x^2 + 7x - 30$$

2. Factorisation :

$$9x^2 - 25 = (3x)^2 - 5^2 = (3x + 5)(3x - 5)$$

$$E = (3x + 5)(2x - 1) + (3x + 5)(3x - 5)$$

$$E = (3x + 5)[(2x - 1) + (3x - 5)]$$

$$E = (3x + 5)[2x - 1 + 3x - 5]$$

$$E = (3x + 5)(5x - 6)$$

3. Résoudre l'équation : $(3x + 5)(5x - 6) = 0$.

soit $3x + 5 = 0$, soit $5x - 6 = 0$

soit $3x = -5$, soit $5x = 6$

soit $x = -\frac{5}{3}$, soit $x = \frac{6}{5}$

Les solutions de l'équation sont $x = -\frac{5}{3}$ et $x = \frac{6}{5}$.

EXERCICE 4 - PARIS 2001

$$E = 4x^2 - 9 + (2x + 3)(x - 1)$$

1. Factorisation :

$$4x^2 - 9 = (2x)^2 - 3^2 = (2x + 3)(2x - 3)$$

$$E = (2x + 3)(2x - 3) + (2x + 3)(x - 1)$$

$$E = (2x + 3)[(2x - 3) + (x - 1)]$$

$$E = (2x + 3)[2x - 3 + x - 1]$$

$$E = (2x + 3)(3x - 4)$$

2. Développement :

$$E = 4x^2 - 9 + 2x^2 - 2x + 3x - 3$$

$$E = 6x^2 + x - 12$$

3. Résoudre l'équation : $(2x + 3)(3x - 4) = 0$

soit $2x + 3 = 0$, soit $3x - 4 = 0$

soit $2x = -3$, soit $3x = 4$

soit $x = -\frac{3}{2}$, soit $x = \frac{4}{3}$

Les solutions de l'équation sont $x = -\frac{3}{2}$ et $x = \frac{4}{3}$.

EXERCICE 5 - RENNES 2000.

1. Éric dit à Zoé : « Choisis un nombre x ; ajoute 1 au triple de x ; calcule alors le carré du nombre obtenu et retranche-lui le nombre 4. »

Quel résultat trouvera Zoé si elle choisit : $x = 5$?

$$5 \rightarrow 3 \times 5 + 1 = 16 \rightarrow 16^2 = 256 \rightarrow 256 - 4 = 252$$

2. Éric propose à Zoé quatre expressions dont l'une correspond au calcul qu'il lui a fait faire.

$$x \rightarrow 3x + 1 \rightarrow (3x + 1)^2 \rightarrow (3x + 1)^2 - 4$$

3. a. Factorisation :

$$C = (3x+1)^2 - 4 = (3x+1)^2 - 2^2$$

$$C = [(3x+1)+2][(3x+1)-2]$$

$$C = [3x+1+2][3x+1-2]$$

$$C = (3x+3)(3x-1)$$

b. Résoudre : $(3x-1)(3x+3) = 0$.

soit $3x-1=0$, soit $3x+3=0$

soit $3x=1$, soit $3x=-3$

soit $x = \frac{1}{3}$, soit $x = -\frac{3}{3} = -1$

Les solutions de l'équation sont $x = \frac{1}{3}$ et $x = -1$

c. Zoé rejoue ; elle choisit un nombre négatif et elle trouve alors zéro. Quel nombre a-t-elle choisi ?

$(3x+1)^2 - 4$ se factorise en $(3x+3)(3x-1)$

Or l'équation $(3x+1)^2 - 4 = 0$ possède deux solutions, dont une solution négative : $x = -1$

$$-1 \rightarrow 3 \times (-1) + 1 = -2 \rightarrow (-2)^2 = 4 \rightarrow 4 - 4 = 0$$

EXERCICE 6 - MADAGASCAR 2002

On considère les expressions :

$$E = 4x(x+3) \text{ et } F = x^2 + 6x + 9$$

1. Résoudre l'équation $E = 0$.

soit $4x = 0$, soit $x+3 = 0$

soit $x = 0$, soit $x = -3$

Les solutions de l'équation sont $x = 0$ et $x = -3$.

2. a. Pour $x = -2$:

$$F = (-2)^2 + 6 \times (-2) + 9 = 4 - 12 + 9 = 1$$

b. $F = x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 = (x+3)^2$

3. a. Développement :

$$E = 4x(x+3) = 4x^2 + 12x$$

b. $E - F = 4x^2 + 12x - (x^2 + 6x + 9)$

$$E - F = 4x^2 + 12x - x^2 - 6x - 9$$

$$E - F = 3x^2 + 6x - 9$$

c. Factorisation :

$$E+F = 4x(x+3) + (x+3)^2$$

$$E+F = (x+3)[4x + (x+3)]$$

$$E+F = (x+3)[4x + x + 3]$$

$$E+F = (x+3)(5x+3)$$

EXERCICE 7 - POITIERS 2000.

$$A = (2x+1)^2 - (x-3)(2x+1)$$

1. Développement :

$$A = 4x^2 + 4x + 1 - (2x^2 + x - 6x - 3)$$

$$A = 4x^2 + 4x + 1 - 2x^2 - x + 6x + 3$$

$$A = 2x^2 + 9x + 4$$

2. Factorisation :

$$A = (2x+1)[(2x+1) - (x-3)]$$

$$A = (2x+1)[2x+1-x+3]$$

$$A = (2x+1)(x+4)$$

3. Pour $x = -\frac{1}{2}$:

$$A = 2 \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 9 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 4 = \frac{1}{2} - \frac{9}{2} + \frac{8}{2} = 0$$

EXERCICE 8 - AFRIQUE 2000.

On donne l'expression : $E = (x-2)^2 - 4x(x-2)$

1. Développement :

$$E = x^2 - 4x + 4 - 4x^2 + 8x$$

$$E = -3x^2 + 4x + 4$$

2. Factorisation :

$$E = (x-2)[(x-2) - 4x]$$

$$E = (x-2)[x-2-4x]$$

$$E = (x-2)(-3x-2)$$

3. Résoudre l'équation : $(x-2)(-3x-2) = 0$

soit $x-2=0$, soit $-3x-2=0$

soit $x=2$, soit $-3x=2$

soit $x=2$, soit $x = \frac{2}{-3} = -\frac{2}{3}$

Les solutions de l'équation sont $x=2$ et $x = -\frac{2}{3}$.

EXERCICE 9 - ASIE 2000.

On donne : $C = (4x-3)^2 - (6x+1)(4x-3)$.

1. Développement :

$$C = 16x^2 - 24x + 9 - (24x^2 - 18x + 4x - 3)$$

$$C = 16x^2 - 24x + 9 - 24x^2 + 18x - 4x + 3$$

$$C = -8x^2 - 10x + 12$$

2. Factorisation :

$$C = (4x-3)[(4x-3) - (6x+1)]$$

$$C = (4x-3)[4x-3-6x-1]$$

$$C = (4x-3)(-2x-4)$$

3. Résoudre l'équation : $(4x - 3)(-2x - 4) = 0$.

soit $4x - 3 = 0$, soit $-2x - 4 = 0$

soit $4x = 3$, soit $-2x = 4$

soit $x = \frac{3}{4}$, soit $x = \frac{4}{-2} = -2$

Les solutions de l'équation sont $x = \frac{3}{4}$ et $x = -2$.

EXERCICE 10 - ANTILLES 2000.

On considère l'expression : $C = (2x + 1)^2 - 16$.

1. Développement :

$$C = 4x^2 + 4x + 1 - 16$$

$$C = 4x^2 + 4x - 15$$

2. Factorisation :

$$C = (2x + 1)^2 - 4^2$$

$$C = [(2x + 1) + 4][(2x + 1) - 4]$$

$$C = [2x + 1 + 4][2x + 1 - 4]$$

$$C = (2x + 5)(2x - 3)$$

3. Résoudre l'équation : $(2x - 3)(2x + 5) = 0$.

soit $2x - 3 = 0$, soit $2x + 5 = 0$

soit $2x = 3$, soit $2x = -5$

soit $x = \frac{3}{2}$, soit $x = \frac{-5}{2} = -\frac{5}{2}$

Les solutions de l'équation sont $x = \frac{3}{2}$ et $x = -\frac{5}{2}$.

EXERCICE 11 - LYON 2002

On considère l'expression : $D = (4x - 1)^2 + (x + 3)(4x - 1)$

1. Développement :

$$D = 16x^2 - 8x + 1 + 4x^2 - x + 12x - 3$$

$$D = 20x^2 + 3x - 2$$

2. Factorisation :

$$D = (4x - 1)[(4x - 1) + (x + 3)]$$

$$D = (4x - 1)[4x - 1 + x + 3]$$

$$D = (4x - 1)(5x + 2)$$

3. Résoudre l'équation : $(4x - 1)(5x + 2) = 0$

soit $4x - 1 = 0$, soit $5x + 2 = 0$

soit $4x = 1$, soit $5x = -2$

soit $x = \frac{1}{4}$, soit $x = \frac{-2}{5} = -\frac{2}{5}$

Les solutions de l'équation sont $x = \frac{1}{4}$ et $x = -\frac{2}{5}$.

EXERCICE 12 - PONDICHERY 2002

$$A = (2x - 3)(2x + 3) - (3x + 1)(2x - 3)$$

1. Développement :

$$A = 4x^2 - 3^2 - (6x^2 - 9x + 2x - 3)$$

$$A = 4x^2 - 9 - 6x^2 + 9x - 2x + 3$$

$$A = -2x^2 + 7x - 6$$

2. Factorisation :

$$A = (2x - 3)[(2x + 3) - (3x + 1)]$$

$$A = (2x - 3)[2x + 3 - 3x - 1]$$

$$A = (2x - 3)(-x + 2)$$

3. Résoudre l'équation : $(2x - 3)(-x + 2) = 0$

soit $2x - 3 = 0$, soit $-x + 2 = 0$

soit $2x = 3$, soit $-x = -2$

soit $x = \frac{3}{2}$, soit $x = \frac{-2}{-1} = 2$

Les solutions de l'équation sont $x = \frac{3}{2}$ et $x = 2$.

EXERCICE 13 - GRENOBLE 2001

On donne $F = (4x - 3)^2 - (x + 3)(3 - 9x)$

1. $(4x - 3)^2 = 16x^2 - 24x + 9$

2. $F = 16x^2 - 24x + 9 - (3x - 9x^2 + 9 - 27x)$

$$F = 16x^2 - 24x + 9 - 3x + 9x^2 - 9 + 27x$$

$$F = 25x^2$$

$$F = (5x)^2$$

3. Trouver les valeurs de x pour lesquelles $F = 125$

Ceci revient à : $25x^2 = 125$

$$x^2 = \frac{125}{25} = 5$$

$$x^2 - (\sqrt{5})^2 = 0$$

$$(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5}) = 0$$

soit $x + \sqrt{5} = 0$, soit $x - \sqrt{5} = 0$

soit $x = -\sqrt{5}$, soit $x = \sqrt{5}$

Les solutions de l'équation sont $x = -\sqrt{5}$ et $x = \sqrt{5}$.

EXERCICE 14 - NANTES 2002

Soit $A = (7x - 3)^2 - 9$

1. Développement :

$$A = 49x^2 - 42x + 9 - 9$$

$$A = 49x^2 - 42x$$

2. Factorisation :

$$A = (7x - 3)^2 - 3^2$$

$$A = (7x - 3 + 3)(7x - 3 - 3)$$

$$A = 7x(7x - 6)$$

3. Résoudre l'équation : $7x(7x - 6) = 0$

$$\text{soit } 7x = 0, \text{ soit } 7x - 6 = 0$$

$$\text{soit } x = 0, \text{ soit } 7x = 6$$

$$\text{soit } x = 0, \text{ soit } x = \frac{6}{7}$$

Les solutions de l'équation sont $x = 0$ et $x = \frac{6}{7}$.

EXERCICE 15 - PARIS 2000.

$$A = (x - 5)^2 - (2x - 7)(x - 5)$$

1. Développement :

$$A = x^2 - 10x + 25 - (2x^2 - 10x - 7x + 35)$$

$$A = x^2 - 10x + 25 - 2x^2 + 10x + 7x - 35$$

$$A = -x^2 + 7x - 10$$

2. Factorisation :

$$A = (x - 5)[(x - 5) - (2x - 7)]$$

$$A = (x - 5)[x - 5 - 2x + 7]$$

$$A = (x - 5)(2 - x)$$

3. Résoudre l'équation : $(x - 5)(-x + 2) = 0$.

$$\text{soit } x - 5 = 0, \text{ soit } -x + 2 = 0$$

$$\text{soit } x = 5, \text{ soit } -x = -2$$

$$\text{soit } x = 5, \text{ soit } x = \frac{-2}{-1} = 2$$

Les solutions de l'équation sont $x = 5$ et $x = 2$.