

Dans tous ces exercices, le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J)

EXERCICE 8B.1

On considère les points $A(-1 ; 4)$, $B(3 ; 1)$, $C(7 ; -2)$ et $D(-6 ; -8)$.
Calculer les distances AB , AC et AD .

EXERCICE 8B.2

On considère les points $A(1 ; 5)$, $B(3 ; 8)$ et $C(9 ; 4)$.
Montrer que le triangle ABC est rectangle.

EXERCICE 8B.3

On considère les points $A(-1 ; 1)$, $B(1 ; 1)$ et $C(0 ; 1 + \sqrt{3})$.
Montrer que le triangle ABC est équilatéral.

EXERCICE 8B.4

On considère les points $A(-1 ; 3)$, $B(1 ; 6)$ et $C(4 ; 4)$.
Quelle est la nature du triangle ABC ?

EXERCICE 8B.5

On considère les points $A(-1 ; 2)$, $B(0 ; 4)$, $C(2 ; 5)$ et $D(1 ; 3)$.
Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$?

EXERCICE 8B.6

On considère les points $A(-3 ; 5)$, $B(-4 ; 7)$, $C(-6 ; 6)$ et $D(-5 ; 4)$.
Démontrer que $ABCD$ est un carré.

EXERCICE 8B.7

On considère les points $A(-1 ; 2)$, $B(1 ; 2)$, $C(3 ; -1)$ et $D(-3 ; -1)$.
Démontrer que $ABCD$ est un trapèze isocèle.

EXERCICE 8B.8

1. On considère un triangle ABC rectangle en A . Ecrire la relation de Pythagore pour ce triangle.

2. a. On note $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$. Démontrer que dans ce cas $\overrightarrow{BC} = \vec{v} - \vec{u}$.

(Remarque : puisque le triangle est rectangle en A , on dit que les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont **orthogonaux**).

b. On note $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$.

c. Montrer que l'égalité de Pythagore revient à dire que $xx' + yy' = 0$

On retiendra la propriété suivante :

$$\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ et } \vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \text{ sont orthogonaux } \Leftrightarrow xx' + yy' = 0$$

EXERCICE 8B.9

Dans chaque cas, dire si les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont orthogonaux.

a. $\vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$

b. $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix}$

c. $\vec{u} \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

d. $\vec{u} \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}$

e. $\vec{u} \begin{pmatrix} -6 \\ 15 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$

f. $\vec{u} \begin{pmatrix} 0 \\ -7 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 11 \\ 0 \end{pmatrix}$

g. $\vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -5 \\ -10 \end{pmatrix}$

h. $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ -9 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \end{pmatrix}$

i. $\vec{u} \begin{pmatrix} 35 \\ 14 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$

EXERCICE 8B.10

Refaire les exercices **8B.2**, **8B.4** et **8B.6** en utilisant le critère d'orthogonalité.