2^{nde}

Interrogation – CORRIGE – Notre Dame de La Merci - Montpellier

Soit la fonction f définie par : $f(x)=\dfrac{x+6}{3x-12}$

1) Déterminer l'ensemble de définition de *f*.

Il faut que $3x-12\neq 0$

$3x\neq 12$

$x\neq 4$ donc $D_f=\mathbb{R}/\{4\}$

2) Montrer que la fonction f peut aussi s'écrire : $f(x)=\dfrac{1}{3}+\dfrac{10}{3x-12}$

$$\frac{1}{3}+\frac{10}{3x-12}=\frac{1}{3}+\frac{10}{3x-3\times 4}=\frac{1}{3}+\frac{10}{3(x-4)}=\frac{1\times(x-4)}{3\times(x-4)}+\frac{10}{3(x-4)}=\frac{x-4}{3(x-4)}+\frac{10}{3(x-4)}=\frac{x+6}{3(x-4)}=f(x)$$

3) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe avec les deux axes.

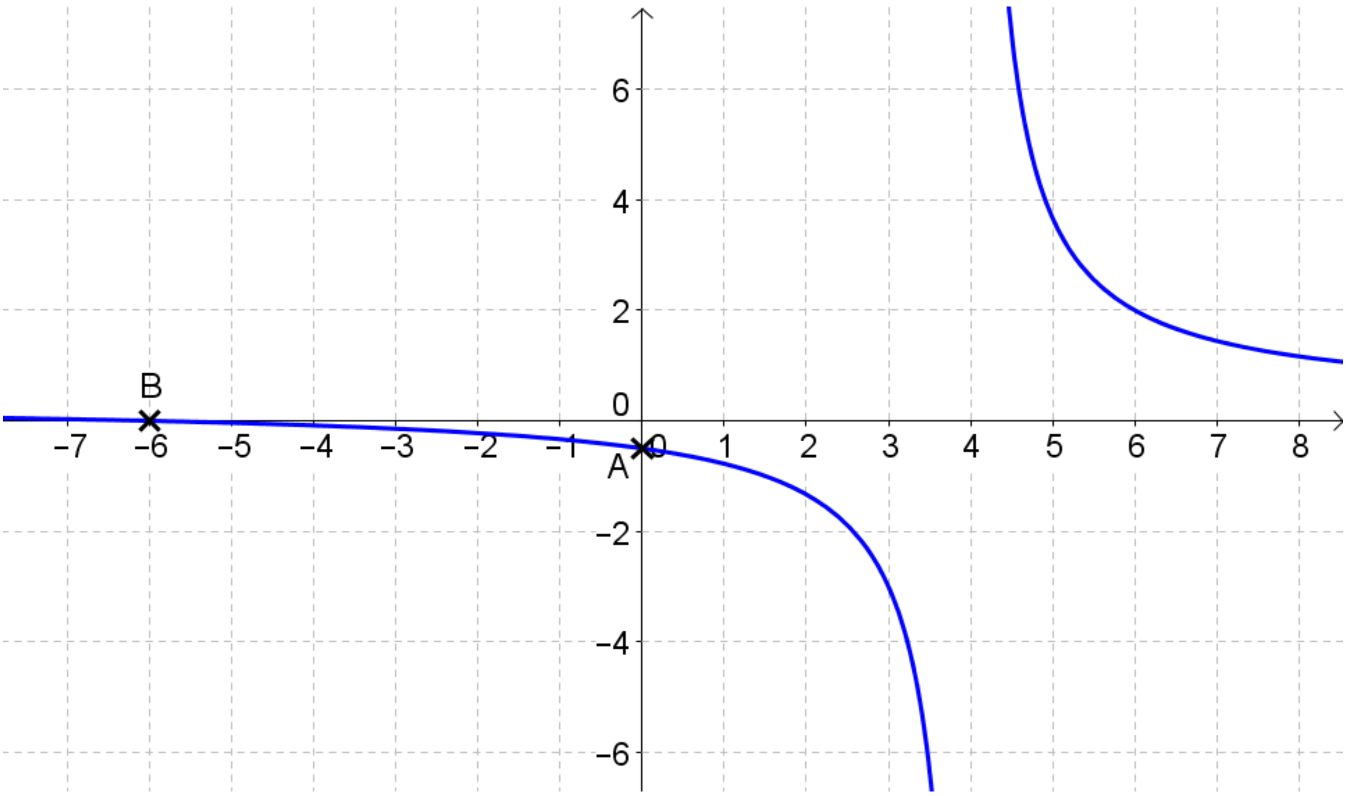
Intersection avec l'axe $(\mathrm{O}y)$: $f(0)=\dfrac{1}{3}+\dfrac{10}{3\times 0-12}=\dfrac{1}{3}-\dfrac{10}{12}=\dfrac{1}{3}-\dfrac{5}{6}=\dfrac{1\times 2}{3\times 2}-\dfrac{5}{6}=\dfrac{2}{6}-\dfrac{5}{6}=-\dfrac{3}{6}=-\dfrac{1}{2}$

On obtient le point $A\left(0;-\dfrac{1}{2}\right)$

Intersection avec l'axe $(\mathrm{O}x)$: il faut résoudre $f(x)=0$, soit : $x+6=0$, d'où : $x=-6$

On obtient le point $B(-6;0)$

4) Tracer la courbe sur votre calculatrice.



5) Etudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $]4;+\infty[$.

Soit $a, b\in]4;+\infty[$ tels que $a<b$:

$$f(a)-f(b)=\left(\frac{1}{3}+\frac{10}{3a-12}\right)-\left(\frac{1}{3}+\frac{10}{3b-12}\right)=\frac{1}{3}+\frac{10}{3a-12}-\frac{1}{3}-\frac{10}{3b-12}$$

$$f(a)-f(b)=\frac{10(3b-12)}{(3a-12)(3b-12)}-\frac{10(3a-12)}{(3b-12)(3a-12)}=\frac{30b-120}{(3a-12)(3b-12)}-\frac{30a-120}{(3b-12)(3a-12)}$$

$$f(a)-f(b)=\frac{30b-30a}{(3a-12)(3b-12)}=\frac{30(b-a)}{(3a-12)(3b-12)}$$

On sait que $a<b$ donc $b-a>0$

On sait que $a>4$ $\quad$ $b>4$

$3a>12$ $\quad$ $3b>12$

$3a-12>0$ $\quad$ $3b-12>0$

Ainsi : $f(a)-f(b)>0$ soit $f(a)>f(b)$

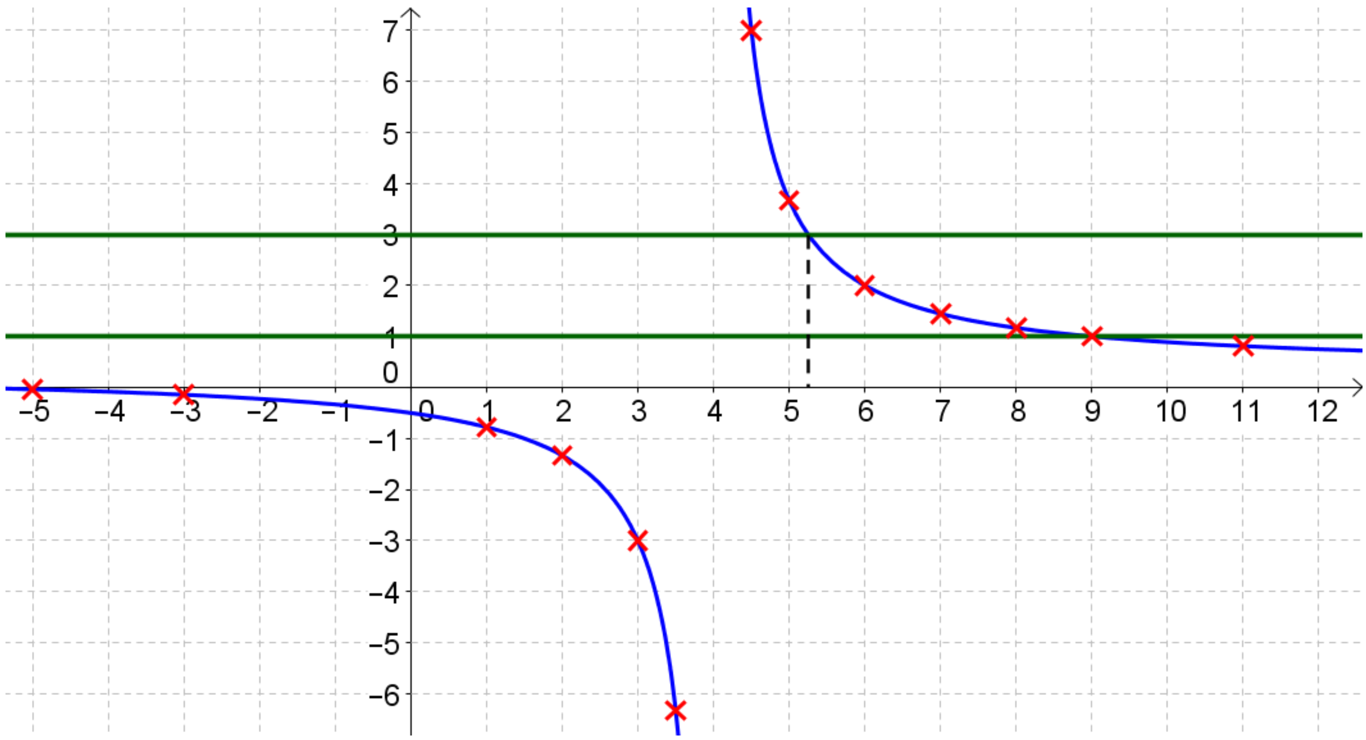
La fonction f est décroissante sur $]4;+\infty[$.

6) Réaliser le tableau de variations de la fonction f .

x	$-\infty$		4		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	‖	$\searrow$	

7) Réaliser un tableau de valeurs de cette fonction, puis tracer sa courbe représentative.

x	-5	-3	-1	1	2	3	3,5	4,5	5	6	7	9	11	13
$f(x)$	$-\frac{1}{27}$	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{7}{9}$	$-\frac{4}{3}$	-3	$-\frac{19}{3}$	7	$\frac{11}{3}$	2	$\frac{13}{9}$	1	$\frac{17}{21}$	$\frac{19}{27}$



8) Résoudre l'équation : $f(x)=3$ graphiquement puis par le calcul.

<u>Graphiquement</u>, on constate que la courbe ne coupe qu'une seule fois la droite d'équation : $y=3$ en un point de coordonnées $(5,25;0)$

<u>Par le calcul</u>, il faut résoudre l'équation $f(x)=3$

$$\frac{x+6}{3x-12}=3$$

$$x+6=3(3x-12)$$

$$x+6=9x-36$$

$$x+6-9x=-36$$

$$-8x=-36-6$$

$$x=\frac{-42}{-8}$$

$$x=\frac{\boxed{2}\times 21}{\boxed{2}\times 4}$$

$$x=\frac{21}{4}=5,25$$

8) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x)<1$.

Graphiquement, on constate que la courbe ne coupe qu'une seule fois la droite d'équation : $y=1$ en un point de coordonnées $(9;1)$.

D'après le tableau de variation de la fonction *f*, la solution de cette inéquation est :

$$S=\left]-\infty;4\right[\cup\left]9;+\infty\right[$$