2^nde^

CORRIGE - Notre Dame de La Merci - Montpellier

Exercice :

On donne : $f(x)=2x^2-4x-6$.

1) Les coordonnées du **sommet** de la parabole sont données par :

$$\alpha=\frac{-b}{2a}=\frac{-(-4)}{2\times 2}=\frac{4}{4}=1$$

$$\beta=\frac{-b^2+4ac}{4a}=\frac{-(-4)^2+4\times 2\times(-6)}{4\times 2}=\frac{-16-48}{8}=\frac{-64}{8}=-8 \quad \text{donc} \quad S(1;-8)$$

Le calcul de β n'étant plus au programme, il est tout aussi simple de calculer :

$$f(1)=2\times 1^2-4\times 1-6=2-4-6=-8 \qquad \text{donc} \quad S(1;-8)$$

2) L'expression de la **forme canonique** de la fonction f est : $f(x)=a(x-\alpha)^2+\beta=2(x-1)^2-8$

(ceci n'est plus au programme de seconde)

$$f(x)=2x^2-4x-6=2\left(x^2-2x-3\right)=2\left[\left(x^2-2x+1\right)-4\right]=2\left[(x-1)^2-2^2\right]=2(x-1)^2-8$$

3) $a=2$ donc $a>0$: la parabole représentant la fonction f est « orientée vers le haut »

Ainsi : la fonction f est décroissante sur l'intervalle $]-\infty;1]$ et croissante sur $[1;+\infty[$.

Autre méthode :

Soit $a, b\in[1;+\infty[$ tels que $a<b$

$$f(a)-f(b)=\left[2(a-1)^2-8\right]-\left[2(b-1)^2-8\right]=2(a-1)^2-8-2(b-1)^2+8=2\left[(a-1)^2-(b-1)^2\right]$$

$$f(a)-f(b)=2\left[(a-1)+(b-1)\right]\left[(a-1)-(b-1)\right]=2[a-1+b-1][a-1-b+1]=2(a+b-2)(a-b)$$

On sait que $a<b$ donc $a-b<0$

On sait que $a>1$ et $b>1$

$a+b>2$

$a+b-2>0$

Ainsi : $f(a)-f(b)<0$ soit $f(a)<f(b)$: la fonction f est croissante sur $[1;+\infty[$.

Soit $a, b\in]-\infty;1]$ tels que $a<b$

$$f(a)-f(b)=2(a+b-2)(a-b)$$

On sait que $a<b$ donc $a-b<0$

On sait que $a<1$ et $b<1$

$a+b<2$

$a+b-2<0$

Ainsi : $f(a)-f(b)>0$ soit $f(a)>f(b)$: la fonction f est décroissante sur $]-\infty;1]$

4) **Tableau de variations** de la fonction f.

x	$-\infty$	**1**	$+\infty$
$f(x)$	↘	**-8**	↗

5) Coordonnées du point d'**intersection** de la parabole avec l'**axe des ordonnées** :

$$f(0)=2\times 0^2-4\times 0-6=-6 \quad \text{d'où le point } A(0;-6)$$

6) **a)** Coordonnées des points d'**intersection** de la parabole avec l'**axe des abscisses** ?

Il faut résoudre l'équation : $f(x)=0$

$$2(x-1)^2-8=0$$

$$\frac{2(x-1)^2-8}{2}=\frac{0}{2}$$

$$(x-1)^2-4=0$$

$$(x-1)^2-2^2=0$$

$$(x-1+2)(x-1-2)=0$$

$$(x+1)(x-3)=0$$

Les solutions sont : $x=-1$ et $x=3$, d'où les points : $B(-1;0)$ et $C(3;0)$

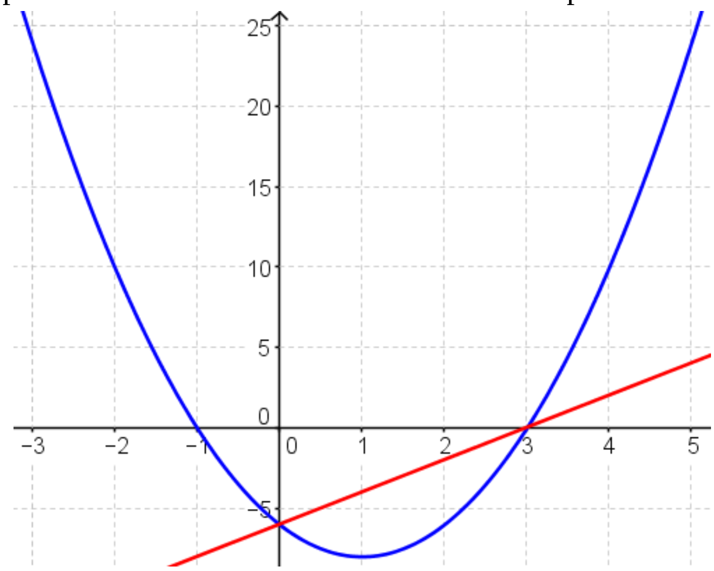
b) En déduire le **tableau de signe** de la fonction *f*.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

7) Réaliser un **tableau de valeurs** de cette fonction sur l'intervalle $[-3;5]$ pour des abscisses entières.

x	**–3**	**–2**	**–1**	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
$f(x)$	**24**	**10**	**0**	**–6**	**–8**	**–6**	**0**	**10**	**24**

8) Représenter la parabole sur un **graphique**.
On prendra 2 carreaux pour une unité en abscisse et deux carreaux pour 5 unités en ordonnée.



9) On donné la droite d'équation : $y=2x-6$.

Sur quel intervalle la parabole est-elle située au-dessous de cette droite.

- par lecture graphique : sur l'intervalle $[0;3]$
- par le calcul : il faut résoudre :

$$f(x)\leq 2x-6$$

$2x^2-4x-6\leq 2x-6$

$2x^2-4x-6-2x+6\leq 0$

$2x^2-6x\leq 0$

$2x\times x-2x\times 3\leq 0$

$2x(x-3)\leq 0$

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$2x$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
$2x(x-3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

On obtient : $S=[0;3]$