2nde

CORRIGE - Notre Dame de La Merci – *Montpellier*

Exercice 1 : Sur votre copie en justifiant vos réponses avec soin

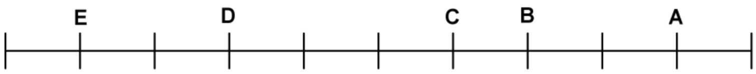
1. $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{MF}+\overrightarrow{FL}+\overrightarrow{LC}$ $\qquad$ $\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{JV}+\overrightarrow{GJ}+\overrightarrow{VC}+\overrightarrow{AA}$
2. Exprimer le vecteur $\vec{u}$ en fonction de $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EG}$.

$$\begin{aligned}\vec{u} &= 2\overrightarrow{FE}-3\overrightarrow{EG}+4\overrightarrow{FG}\\ &=-2\overrightarrow{EF}-3\overrightarrow{EG}+4\left(\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{EG}\right)\\ &=-2\overrightarrow{EF}-3\overrightarrow{EG}+4\overrightarrow{FE}+4\overrightarrow{EG}\\ &=-2\overrightarrow{EF}-3\overrightarrow{EG}-4\overrightarrow{EF}+4\overrightarrow{EG}\\ &=-6\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{EG}\end{aligned}$$

Exercice 2 : Compléter sur cette feuille

$\overrightarrow{AB}=-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{EB}$ $\qquad$ $\overrightarrow{AE}=-8\overrightarrow{CB}$

$\overrightarrow{BD}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{EA}$ $\qquad$ $\overrightarrow{CD}=\dfrac{3}{8}\overrightarrow{AE}$



Exercice 3 : Compléter sur cette feuille

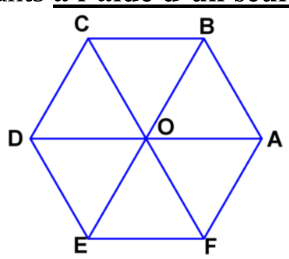
Voici ci-dessous un hexagone régulier ABCDEF de centre 0. En utilisant les propriétés de cet hexagone et en utilisant uniquement les points de la figure, exprimer les vecteurs suivants **<u>à l'aide d'un seul vecteur</u>**.

$\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{FE}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{OC}$

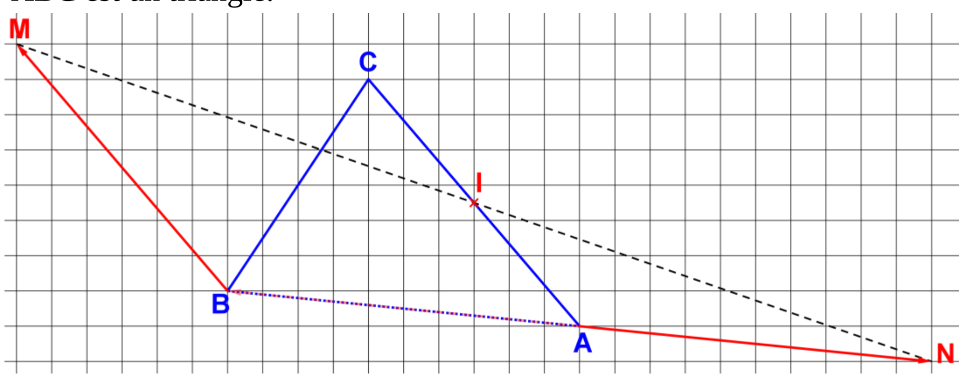
$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{OB}$

$\overrightarrow{EO}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{FA}=\overrightarrow{EO}+\overrightarrow{OF}+\overrightarrow{FA}=\overrightarrow{EA}$

$\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{FE}=\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{DC}$



Exercice 4 : ABC est un triangle.



1) Placer les points M et N tels que $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{NA}=\overrightarrow{AB}$ soit $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{BA}$.
2) I est le point tel que $2\overrightarrow{IB}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}$.

Montrer que I est le milieu du segment $[AC]$ →il faut comparer $\overrightarrow{AI}$ avec $\overrightarrow{IC}$ ou $\overrightarrow{AC}$:

$$2\overrightarrow{IB}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}$$

$$2\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AB}\right)=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}$$

$$2\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}$$

$$2\,\overrightarrow{IA}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}-2\,\overrightarrow{AB}$$
$$2\,\overrightarrow{IA}=\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{AB}$$
$$2\,\overrightarrow{IA}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BA}$$
$$2\,\overrightarrow{IA}=\overrightarrow{CA} \quad \text{ou} \quad \overrightarrow{IA}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$$ → ainsi I est le milieu du segment $[AC]$

3) Les points M, I et N sont-ils alignés ? → il faut comparer $\overrightarrow{MN}$ avec $\overrightarrow{MI}$ ou $\overrightarrow{IN}$:

$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BA}$ et on voit que ceci ne marchera pas car il n'y a pas de $\overrightarrow{MI}$.

Autre proposition :

$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IN}=\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AN}$ or $\overrightarrow{IA}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{BA}$ donc $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MI}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BA}$

Et ce calcul ne donne pas plus de satisfaction. Donc **<u>il faut raisonner autrement</u>**, et que voit-on ?

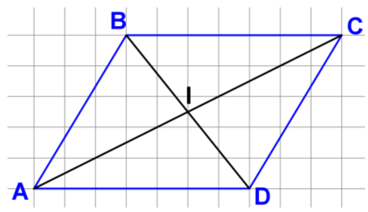
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AM}$ donc le **quadrilatère ABMC est un parallélogramme** et $\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{BA}$.

Ainsi :

$$\overrightarrow{MI}=\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{IA}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{IN}$$

Les points M, I et N sont-ils alignés et I est le milieu de $[MN]$.

Exercice 5 :



1) ABCD est un parallélogramme de centre I.

a) Montrer que $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\vec{0}$.

Dans un parallélogramme, les diagonales se coupent en leur milieu :

$\overrightarrow{IC}=\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{ID}=\overrightarrow{BI}$

Donc :

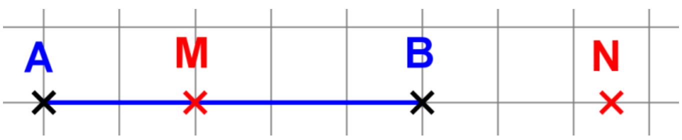
$$\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{BI}=\vec{0}$$

b) En déduire que pour tout point M : $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{CM}+\overrightarrow{DM}=4\overrightarrow{IM}$

$$\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{CM}+\overrightarrow{DM}=\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{BI}+\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{CI}+\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{DI}+\overrightarrow{IM}$$
$$=\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{BI}+\overrightarrow{CI}+\overrightarrow{DI}+\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{IM}=\vec{0}+4\overrightarrow{IM}=4\overrightarrow{IM}$$

2) Tracer un segment $[AB]$ tel que AB = 5 cm. Placer les points M et N, en vous justifiant, tels que :

a)
$$3\overrightarrow{AM}+2\overrightarrow{BM}=\vec{0}$$
$$3\overrightarrow{AM}+2\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AM}\right)=\vec{0}$$
$$3\overrightarrow{AM}+2\,\overrightarrow{BA}+2\overrightarrow{AM}=\vec{0}$$
$$5\overrightarrow{AM}=-2\,\overrightarrow{BA}$$
$$\overrightarrow{AM}=\frac{2}{5}\,\overrightarrow{AB}$$



b)
$$2\overrightarrow{AN}-3\overrightarrow{BN}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$$
$$2\overrightarrow{AN}-3\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AN}\right)=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$$
$$2\overrightarrow{AN}-3\,\overrightarrow{BA}-3\overrightarrow{AN}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$$
$$-\overrightarrow{AN}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+3\,\overrightarrow{BA}$$
$$-\overrightarrow{AN}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{6}{2}\,\overrightarrow{AB}$$
$$-\overrightarrow{AN}=-\frac{3}{2}\,\overrightarrow{AB}$$
$$\overrightarrow{AN}=\frac{3}{2}\,\overrightarrow{AB}$$