Corrigé du brevet des collèges Pondichéry 28 avril 2015

EXERCICE 1 — 5 POINTS

1. $(x-1)^2 = x^2 + 1 - 2x$. Réponse B
2. $2 \times (-2)^2 + 3 \times (-2) - 2 = 2 \times 4 - 6 - 2 = 8 - 8 = 0$. Réponse C
3. Il faut résoudre l'équation $3x + 2 = -7$ soit $3x = -9$ et enfin $x = -3$. Réponse B.
4. L'angle de 18° reste un angle de 18°. Réponse C
5. Réponse A.

EXERCICE 2 — 4 POINTS

1. On a $\dfrac{2\,622}{19} = 138$, mais $\dfrac{2\,530}{19} \approx 133,2$.
   Ce qui veut dire que l'on ne pas répartir les 2 530 poissons dans 19 paquets (il eh reste 3)
2. Le plus grand nombre de paquets qu'il peut réaliser est un diviseur commun à 2 622 et à 2 530. Puisque c'est le plus grand c'est donc leur PGCD que l'on calcule grâce à l'algorithme d'Euclide :
   $2\,6222\,530 \times 1 + 92$;
   $2\,530 = 92 \times 27 + 46$;
   $92 = 46 \times 2 + 0$.
   Le PGCD est le dernier reste non nul, donc 46.
   Effectivement : $\dfrac{2\,622}{46} = 57$ et $\dfrac{2\,530}{46} = 55$
   Dans chacun des 46 paquets il y aura 57 œufs et 55 poissons.

EXERCICE 3 — 6 POINTS

- **Sur la plage** :

Peio paiera 3 mois à 2 500 soit $3 \times 2\,500 = 7\,500$ € de location de paillote.
Il encaissera les trois quarts du temps soit $0,75 \times 92$ jours 500 € par jour et le reste du temps soit $0,25 \times 92$ jours 50 € par jour.
Ses recettes pour tout l'été s'élèveront donc à :

$$0,75 \times 92 \times 500 + 0,25 \times 92 \times 50 = 34\,500 + 1\,150 = 35\,650 \text{ €}.$$

Il gagnera donc sur la plage :

$$35\,650 - 7\,500 = 28\,150 \text{ €}.$$

- **En ville**

Peio paiera 92 jours à 60 soit $92 \times 60 = 5\,520$ € de location.
Il encaissera les trois quarts du temps soit $0,75 \times 92$ jours 350 € par jour et le reste du temps soit $92 \times 0,25$ jours 300 € par jour.
Ses recettes pour tout l'été s'élèveront donc à :

$$0,75 \times 92 \times 350 + 0,25 \times 92 \times 300 = 24\,150 + 6\,900 = 31\,050 \text{ €}.$$

Il gagnera donc en ville :

$$31\,050 - 5\,520 = 25\,530 \text{ €}.$$

- **Conclusion** : Peio gagnera gagnera plus sur la plage.

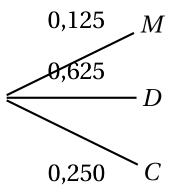
EXERCICE 4 **6 POINTS**

1. La base est un triangle rectangle isocèle de côtés mesurant 7,5 cm. L'aire de cette base est donc égale à $\dfrac{7,5 \times 7,5}{2}$.
   La hauteur de la pyramide est égale à 15 cm, donc le volume de la pyramide est égal à :
   $V_{\text{SABC}} = \dfrac{1}{3}\dfrac{7,5 \times 7,5}{2} \times 15 = 5 \times \dfrac{7,5 \times 7,5}{2} = 140,625$ cm^3 soit environ 141 cm^3 au cm^3 près.
2. **a.** Le plan de coupe étant parallèle à la base de la pyramide la section S′MN est une réduction de la base qui est un triangle rectangle isocèle ; S′MN est donc lui aussi un triangle rectangle isocèle.
   b. La pyramide SS′MN est une réduction de la pyramide SABC et le rapport de réduction est le rapport des hauteurs soit $\dfrac{\text{SS}'}{\text{SA}} = \dfrac{6}{15} = \dfrac{2}{5}$.
   On a donc $\text{S}'\text{N} = \dfrac{2}{5} \times \text{AC} = \dfrac{2}{5} \times 7,5 = 3$ cm.
3. Le volume de la petite pyramide SS′MN peut s'obtenir de deux façons :
   — Avec les dimensions :
   $V_{\text{SS}'\text{MN}} = \dfrac{1}{3}\dfrac{3 \times 3}{2} \times 6 = 9$ cm^3.
   — Soit en utilisant le rapport de réduction. Si la grande pyramide a un volume de 140,625, la petite a un volume de :
   $140,625 \times \left(\dfrac{2}{5}\right)^3 = 140,625 \times \dfrac{8}{125} = 9$ cm^3.
   Dans tous les cas il reste un volume pour le parfum de :

$$140,625 - 9 = 131,625 \text{ cm}^3.$$

EXERCICE 5 **4 POINTS**

1. Il y a une porte sur cinq qui donne accès à la salle du trésor ; la probabilité d'y accéder est donc égale à $\dfrac{1}{5} = 0,2$.
2. **a.** Soit M l'évènement « le candidat choisit une enveloppe contenant mille euros » ; on a $p(M) = \dfrac{1}{8} = 0,125$;
   Soit D l'évènement « le candidat choisit une enveloppe contenant deux cents euros » ; on a $p(D) = \dfrac{5}{8} = 0,625$;
   Soit C l'évènement « le candidat choisit une enveloppe contenant cent euros » ; on a $p(C) = \dfrac{2}{8} = 0,250$.
   Ce que l'on peut schématiser par :



   b. La probabilité de gagner au moins 200 € est la probabilité contraire de gagner 100 € soit :
   $1 - 0,250 = 0,75$ ou encore 3 chances sur 4.
3. Dans la salle de consolation 3 enveloppes sur 8 ne contiennent rien ; la probabilité de ne rien gagner est donc égale à $\dfrac{3}{8} = 0,375$.

EXERCICE 6 **7 POINTS**

1. On construit :
   — le segment [AB] tel que AB = 12 cm ;
   — sa médiatrice pour trouver son milieu O ;
   — le demi-cercle de centre O et de rayon 6 cm ;
   — le cercle de centre A et de rayon 6 coupe ce demi-cercle en C ;
   — on trace [AC] et [CB].
2. **a.** Le triangle ABC est inscrit dans un cercle qui admet pour diamètre l'un de ses côtés [AB] ; il est donc rectangle en C.

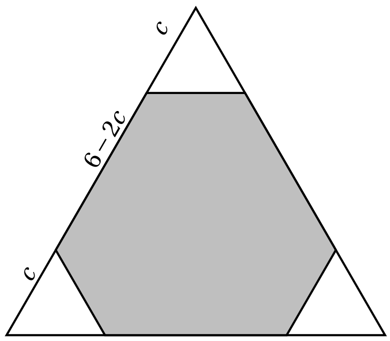
   b. Le segment [BC] mesure 10 cm. On peut donc appliquer le théorème de Pythagore :
   $AC^2+CB^2 = AB^2$ ou $CB^2 = AB^2-AC^2 = 12^2-6^2 = 144-36 = 108 \neq 100$ carré de 10. Donc [CB] ne mesure pas 10 cm.

   c. $\widehat{AOC}$ est l'angle au centre qui intercepte l'arc $\overset{\frown}{AC}$; sa mesure est égale au double de celle dessangle inscrit qui intercepte le même arc soit $\widehat{ABC}$, donc l"angle $\widehat{AOC}$ mesure 60 °.

   d. On a vu que $CB^2 = 108 = 9\times 12 = 9\times 4\times 3 = 36\times 3$, donc
   $CB = \sqrt{108} = \sqrt{36\times 3} = \sqrt{36}\times\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$.
   L'aire du triangle ABC est donc égale à :
   $\dfrac{AC\times CB}{2} = \dfrac{6\times 6\sqrt{3}}{2} = 18\sqrt{3}\ \text{cm}^2$.

   e. Dans BOC, on a OB = OC : le triangle est donc isocèle et on a donc
   $\widehat{OBC} = \widehat{OCB} = 30$. On en déduit que $\widehat{BOC} = 180-30-30 = 120$ °.

EXERCICE 7 **4 POINTS**



Soit c la mesure d'un côté de l'un des petites triangles équilatéraux.
Dans l'hexagone gris il y a trois côtés de longueur c et trois côtés de longueur $6-2c$.
On a donc :
$3\times 3c = 3c+3(6-2c)$ soit
$9c = 3c+18-6c$ soit
$12c = 18$ soit en simplifiant par 6 :
$2c = 3$ et enfin
$c = \frac{3}{2} = 1,5$ cm.