Corrigé du brevet des collèges Pondichéry avril 2009

Activités numériques

Exercice 1

1. $A = \dfrac{7}{15} - \dfrac{4}{15} \times \dfrac{5}{8} = \dfrac{7}{15} - \dfrac{4 \times 5}{5 \times 3 \times 8} = \dfrac{7}{15} - \dfrac{1}{6} = \dfrac{14}{30} - \dfrac{5}{30} = \dfrac{14-5}{30} = \dfrac{9}{30} = \dfrac{3}{10}$.
2. **a.** $B \approx -5,657$ soit $-5,66$ au centième près.

   b. $B = 3\sqrt{2} - \sqrt{98} = 3\sqrt{2} - \sqrt{49 \times 2} = 3\sqrt{2} - 7\sqrt{2} = -4\sqrt{2}$.

Exercice 2

1. $3 \times (-2) + 12 < 4 - 2 \times (-2)$ ou $10 < 8$ qui est fausse. Donc -2 n'est pas solution de l'inéquation.
2. $(-2-2) \times (-4+1) = 0$ ou $-4 \times (-3) = 0$ est une égalité fausse : -2 n'est pas solution de l'équation.
3. $(-2)^3 + 8 = 0$ ou $-8 + 8 = 0$ qui est vraie. -2 est solution de l'équation.
4. On a $\left\{\begin{array}{lcl} -4+3 & = & -1 \\ -2+5 & = & 3 \end{array}\right.$ soit $\left\{\begin{array}{lcl} -1 & = & -1 \\ 3 & = & 3 \end{array}\right.$. Les deux égalités sont vraies ; le couple $(-2 ; 1)$ est solution du système.

Exercice 3

1. Par l'algorithme d'Euclide :
   $238 = 170 \times 1 + 68$;
   $170 = 68 \times 2 + 34$;
   $68 = 34 \times 2 + 0$.
   Par les soustractions successives :
   $238 - 170 = 68$; $170 - 68 = 102$;
   $102 - 68 = 34$; $68 - 34 = 34$;
   Le PGCD de 238 et 178 est 34.
2. $\dfrac{170}{238} = \dfrac{34 \times 5}{34 \times 7} = \dfrac{5}{7}$.

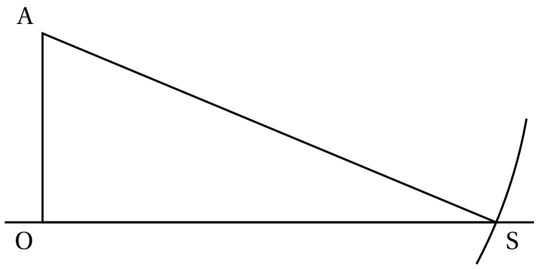
Exercice 4

1. Il y a 4 blanches sur un total de 6 boules ; la probabilité est égale à $\dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$. Réponse A.
2. Il y a 2 boules numérotées 2 sur 6 boules ; la probabilité est égale à $\dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$. Réponse C.
3. Il y a 2 boules blanches numérotées 1 sur 6 boules ; la probabilité est égale à $\dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$. Réponse A.

Activités géométriques

Exercice 1

1. Le triangle SAO est rectangle en O.
   On construit [AO] tel que AO = 2,5 cm.
   Le cercle centré en A de rayon 6,5 cm coupe la perpendiculaire en O à (OA) en S :



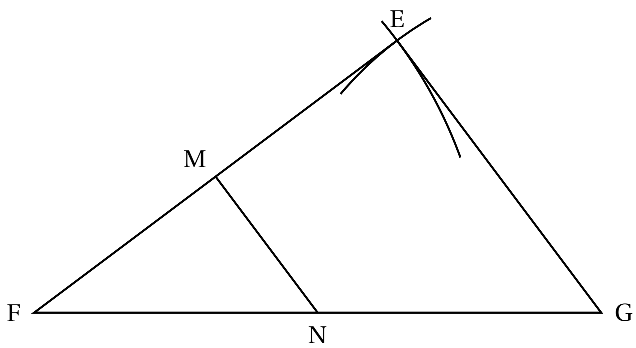
2. Dans le triangle rectangle AOS le théorème de Pythagore s'écrit :
$SA^2 = SO^2 + OA^2$ soit $6,5^2 = SO^2 + 2,5^2$, d'où $SO^2 = 6,5^2 - 2,5^2 = (6,5+2,5)(6,5-2,5) = 9 \times 4 = 36$, d'où SO = 6 (cm).

3. Le volume du cône est $V = \dfrac{\pi \times r^2 \times h}{3} = \dfrac{\pi \times 2,5^2 \times 6}{3} = 12,5\pi \approx 19,635$ soit 19,6 cm3 au dixième près.

4. Dans le triangle rectangle AOS, on peut écrire : $\tan\widehat{ASO} = \dfrac{AO}{OS} = \dfrac{2,5}{6}$; la calculatrice donne $\widehat{ASO} \approx 22,62$ soit 23°au degré près.

EXERCICE 2

1. On construit [FG] tel que FG = 6,5 cm. Les cercles centrés en F et G de rayons respectifs 6 et 4,5 se coupent en E.



2. D'une part $FG^2 = 7,5^2 = 56,25$. D'autre part $FE^2 + EG^2 = 6^2 + 4,5^2 = 36 + 20,25 = 56,25$.
Donc $FG^2 = FE^2 + EG^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle EFG est rectangle en E.

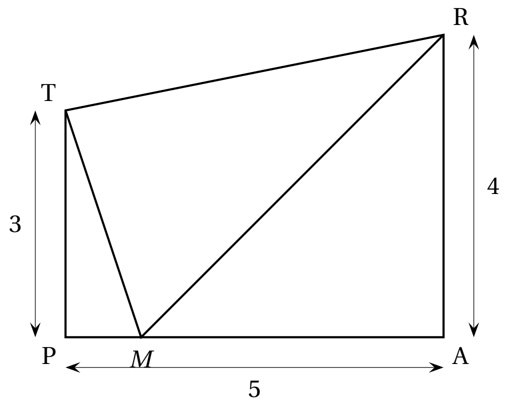
3. Voir la figure.

4. Les points F, M, E d'une part, F, N, G d'autre part sont alignés dans cet ordre ; les droites (MN) et (EG) sont parallèles, donc d'après la propriété de Thalès : $\dfrac{FM}{FE} = \dfrac{FN}{FG}$.
Comme M est le milieu de [FE], $\dfrac{FM}{FE} = \dfrac{1}{2}$, il suit que $\dfrac{FN}{FG} = \dfrac{1}{2}$ qui signifie que N est milieu de [FG].

Problème

1. **Dans cette question, on se place dans le cas où $x = 1$**

   a.



b. On a AM = 5 − 1 = 4 = AR, donc le triangle ARM est isocèle en A.

c. $\mathscr{A}_{\text{PTM}} = \dfrac{1 \times 3}{2} = \dfrac{3}{2}$ cm^2.

$\mathscr{A}_{\text{ARM}} = \dfrac{4 \times 4}{2} = 8$ cm^2.

2. Dans cette question, on se place dans le cas où x est un nombre inconnu.

a. On a $0 \leqslant x \leqslant 5$.

b. $\mathscr{A}_{\text{PTM}} = \dfrac{x \times 3}{2} = 1,5x$ cm^2.

$\mathscr{A}_{\text{ARM}} = \dfrac{(5 - x) \times 4}{2} = 2(5 - x) = 10 - 2x$ cm^2.

3. a. $\mathscr{A}_{\text{PTM}} = 1,5x = 6$, donc $x = 4$.

b. $\mathscr{A}_{\text{ARM}} = 10 - 2 \times 4 = 2$ cm^2.

4. a. Voir à la fin.

b. On lit à peu près $x \approx 2,85$ soit 2,9 cm au millimètre près.

c. Les aires sont égales si :

$1,5x = 10 - 2x$ soit $3,5x = 10$ ou $35x = 100$ et enfin $x = \dfrac{100}{35} = \dfrac{20}{7} \approx 2,857\,142\,857\ldots$

Annexe à rendre avec la copie