Corrigé du brevet des collèges Polynésie
21 juin 2016

Durée : 2 heures

Indication portant sur l'ensemble du sujet

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée. Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche, elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 1 **6 points**

1. Si on prélève un ticket au hasard dans un lot,

a. 83 000 tickets sur 750 000 permettent de gagner 4 €. La probabilité de ce gain est donc égale à $\dfrac{83\,000}{750\,000} = \dfrac{83}{750} \approx 0,1106 \approx 0,111$ au millième.

b. Il y a 532 173 tickets non gagnants, donc $750000 - 532173 = 217827$ gagnants.

La probabilité d'obtenir un ticket gagnant est donc égale à $\dfrac{217\,827}{750\,000} \approx 0,2904$ soit 0,290 au millième.

c. Il y a $5\,400 + 8\,120 + 400 + 15 + 2 = 13\,937$ tickets dont le « montant du gain » est supérieur ou égal à 10 €.

La probabilité de tirer l'un de ces tickets est égale à $\dfrac{13\,937}{750\,000} \approx 0{,}0185 <$ $0,02$ soit moins de $0,02 = \dfrac{2}{100} = 2\,\%$.

Si Tom achetait tous les tickets il débourserait : $750\,000 \times 2 = 1\,500\,000$ €.

Il gagnerait alors :

$100\,000 \times 2 + 83\,000 \times 4 + 20\,860 \times 6 + 5\,400 \times 12 + 850 \times 20 + 400 \times 150 + 15 \times 1\,000 +$ $2 \times 15\,000 = 989\,960$ €.

Il aura alors perdu : $1\,500\,000 - 989\,960 = 660\,040$ €.

Tom a donc tort.

Exercice 2 **6 points**

1. On a successivement : $3 \to 3+1 = 4 \to 4^2 = 16 \to 16 - 3^2 = 16 - 9 = 7$.

2. **a.** • Avec 8 on obtient : $8 \to 9 \to 81 \to 81 - 64 = 17$. Le chiffre des unités du résultat obtenu est 7.

D'autre part $8 + (8+1) = 8 + 9 = 17$. le résultat s'obtient en ajoutant le nombre entier de départ et le nombre entier qui le suit.

• Avec 13 on obtient $13 \to 14 \to 196 \to 196 - 169 = 27$. Le chiffre des unités du résultat obtenu est 7.

D'autre part $13 + (13+1) = 13 + 14 = 27$. le résultat s'obtient en ajoutant le nombre entier de départ et le nombre entier qui le suit.

b. Pour l'affirmation 1, en partant de 4, on obtient :

$4 \to 5 \to 25 \to 25 - 16 = 9$. Le chiffre des unités n'est pas 7. l'affirmation 1 n'est pas vraie quel que soit le nombre de départ.

Pour l'affirmation 2. Soit x le nombre de départ, on obtient :

$x \to (x+1) \to (x+1)^2 \to (x+1)^2 - x^2 = x^2 + 2x + 1 - x^2 = 2x + 1 = x + x + 1 =$ $x + (x+1)$: le résultat s'obtient en ajoutant le nombre entier de départ et le nombre entier qui le suit.

L'affirmation 2 est vraie quel que soit le nombre choisi au départ.

Exercice 3 6 points

1. La droite (IJ) contient les milieux de deux côtés du triangle ABE : elle est donc parallèle au troisième côté, donc (IJ) et (BE) sont parallèles.
2. On a d'une part $AB^2+AE^2=6^2+8^2=36+64=100$, et d'autre part : $BE^2=10^2=100$.
   Donc $AB^2+AE^2=BE^2$, soit d'après la réciproque de Pythagore : ABE est un triangle rectangle en A.
3. On a dans le triangle rectangle en A, ABE :
   $\cos\widehat{AEB}=\dfrac{AE}{BE}=\dfrac{8}{10}=0,8$. La calculatrice donne $\widehat{AEB}\approx 36,8\approx 37°$ au degré près.
4. **a.** $\widehat{IAJ}=90°$; l'angle droit intercepte un diamètre (l'angle inscrit a une mesure moitié de celle de l'angle au centre $\widehat{IOJ}$ si O est le centre du cercle ; donc $\widehat{IOJ}=180°$, donc [IJ] est un diamètre. Le centre du cercle (C) est le milieu du segment [IJ].

   b. D'après la première question on sait que les droites (IJ) et (AB) sont parallèles ; de plus $IJ=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{10}{2}=5$. Or $IJ=2R=5$, (avec R rayon du cercle), d'où $R=2,5$.

Exercice 4 7 points

1. David a parcouru 42 km en 3 h.
2. $v_{\text{Dadid}}=\dfrac{42}{3}=14$ km/h.
   $v_{\text{Gwenn}}=\dfrac{27}{1,5}=\dfrac{54}{3}=18$ km/h.
3. **a.** 1 h 45 min $=1+\dfrac{45}{60}=1+\dfrac{3}{4}=1+0,75=1,75$.
   Il faut inscrire en E3 : 1,75.

   b. 1 h 36 min $=1+\dfrac{36}{60}=1+\dfrac{6}{10}=\dfrac{16}{10}=1,6$ (h).

   c. Il faut inscrire en B4 : =B2/B3.
4. Si v, d, t désignent respectivement la vitesse, la distance parcourue et le temps de la randonnée, on sait que :
   $v=\dfrac{d}{t}$ ou encore $d=v\times t$ ou $t=\dfrac{d}{v}$.
   En utilisant la dernière relation on a pour Stefan :
   $t=\dfrac{35}{25}=\dfrac{7}{5}=\dfrac{7\times 12}{5\times 12}=\dfrac{84}{60}=\dfrac{60}{60}+\dfrac{24}{60}=1$ h 24 min.

Exercice 5 4 points

1. IFK est un triangle rectangle en F, de côtés $FI=FK=\dfrac{6}{2}=3$ cm.
   D'après la propriété de Pythagore IK vérifie :
   $IK^2=FI^2+FK^2=3^2+3^2=2\times 9$, donc $IK=\sqrt{9\times 2}=\sqrt{9}\sqrt{2}=3\sqrt{2}$. (Il n'est pas nécessaire de calculer cette longueur pour construire le triangle).
2. Les trois triangles rectangles IFK, IFJ et KFJ sont des triangles superposables, d'hypoténuses IK, IJ et KJ de longueur $3\sqrt{2}$.
   Le patron se compose donc de trois triangles rectangles de même sommet F et d'un triangle équilatéral. Les seul patron possible est celui du schéma 3.

3. En prenant par exemple comme base le triangle rectangle IFJ et donc [FK] comme hauteur, on a :
$V = \dfrac{3\times 3}{2} \times 3 \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{9}{2} = 4,5\ \text{cm}^3$.

Exercice 6 **4 points**

1. Consommation de litres de diesel en une année : $\dfrac{22\,300}{100} \times 5,2 = 223 \times 5,2 = 1\,159,6$ L.
Le budget carburant diesel pour une année s'élèvera donc à :
$1\,159,6 \times 1,224 \approx 1\,419,35$ €.

2. Chaque année M. Durand économisera $1\,957 - 1\,419,35 = 537,65$.
Pour compenser la différence de prix à l'achat $23\,950 - 21\,550 = 2\,400$, il faudra attendre $\dfrac{2\,400}{537,65} \approx 4,5$.
La différence de prix sera compensée à partir de la 5^e^ année.

Exercice 7 **3 points**

Les continents occupent $\dfrac{5}{17}$ de la superficie totale de la Terre.

1. Les mers occupent $1 - \dfrac{5}{17} = \dfrac{17-5}{17} = \dfrac{12}{17}$ de la superficie de la Terre.
L'Océan Pacifique occupe donc à lui seul $\dfrac{6}{17}$ (un peu plus d'un tiers).

2. Si S est la superficie de la Terre, on a donc :
$\dfrac{6}{17} \times S = 180\,000\,000$, d'où $6S = 17 \times 180\,000\,000$ et
$S = \dfrac{17 \times 180\,000\,000}{6} = 510\,000\,000\ \text{km}^2$.
La Terre a une superficie d'environ $510\,000\,000\ \text{km}^2$.