Corrigé du brevet des collèges septembre 2008 Métropole La Réunion Mayotte

Durée : 2 heures

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

1. Par l'algorithme d'Euclide ;
$375 = 240 \times 1 + 135$;
$240 = 135 \times 1 + 105$;
$135 = 105 \times 1 + 30$;
$105 = 30 \times 3 + 15$;
$30 = 15 \times 2 + 0$
Le dernier reste non nul 15 est le PGCD à 240 et 375.
2. On a $240 = 15 \times 16$ et $375 = 15 \times 35$.
Donc $\dfrac{240}{375} = \dfrac{15 \times 16}{15 \times 35} = \dfrac{16}{35}$.

Exercice 2

1. $2 \rightarrow 2^2 = 4 \rightarrow 4 \times 10 = 40 \rightarrow 40 + 25 = 65$.
2. $\sqrt{2} \rightarrow \left(\sqrt{2}^2\right) = 2 \rightarrow 2 \times 10 = 20 \rightarrow 20 + 25 = 45$.
3. Un entier pair s'écrit 2p avec p entier.
$2p \rightarrow (2p)^2 = 4p^2 \rightarrow 4p^2 \times 10 = 40p^2 \rightarrow 40p^2 + 25$.
$40p^2$ est pair et 25 est impair, donc la somme est impaire : Clémence a tort.
4. Soit x l'entier de départ :
$x \rightarrow x^2 \rightarrow x^2 \times 10 = 10x^2 \rightarrow 10x^2 + 25$.
Or quel que soit l'entier x, $10x^2 \geqslant 0$ et $25 > 0$, donc $10x^2 + 25 > 0$: Margot a raison.

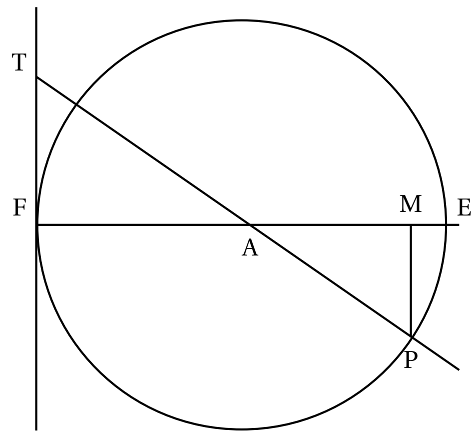
Exercice 3

Une hirondelle ne fait pas le printemps : l'argument de Léa n'est pas valable, un exemple ne démontre rien.
Par contre un seul contre-exemple suffit pour démontrer que la proposition est fausse : Myriam a raison.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

On considère un cercle de centre A et de rayon 5 cm.
Soit [EF] un de ses diamètres, M le point du segment [AE] tel que AM = 4 cm et P un point du cercle tel que MP = 3 cm.
La figure n'est pas en vraie grandeur.



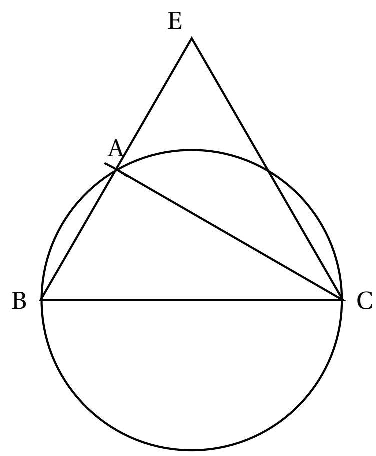
1. On a $AP^2 = 25$ et $AM^2 + MP^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$, donc $AP^2 = AM^2 + MP^2$, ce qui montre par réciproque du théorème de Pythagore que le triangle AMP est rectangle en M.
2. **a.** On vient de démontrer que (MP) est perpendiculaire à (AM). La tangente (FT) est perpendiculaire à (AF) donc à (AM). Conclusion :les deux droites (FT) et (MP) perpendiculaires à la même droite sont parallèles.

   b. Les droites (FT) et (MP) sont parallèles, donc par la propriété de Thalès, $\dfrac{AT}{AP} = \dfrac{AF}{AM}$, soit $\dfrac{AT}{5} = \dfrac{5}{4}$, d'où $AT = \dfrac{5 \times 5}{4} = \dfrac{25}{4} = 6,25$ cm.

Exercice 2

On considère un cercle de centre O et de diamètre [BC] tel que BC = 8 cm. On place sur ce cercle un point A tel que BA = 4 cm.

1.



2. **a.** Le triangle ABC inscrit dans un cercle dont l'un de ses côtés [BC] est un diamètre est rectangle en A.

   b. Le théorème de Pythagore appliqué au triangle ABC rectangle en A donne : $BC^2 = BA^2 + AC^2$ ou $8^2 = 4^2 + AC^2$, d'où $AC^2 = 8^2 - 4^2 = 64 - 16 = 48$.
   Donc $AC = \sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = \sqrt{16} \times \sqrt{3} = 4\sqrt{3} \approx 6,928$ soit 6,9 cm au millimètre près.

c. Dans le triangle ABC rectangle en A, on a $\cos\widehat{ABC} = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{4}{8} = \dfrac{1}{2}$.

On a donc $\widehat{ABC} = 60°$.

3. Par définition de la symétrie, A est le milieu de [BE] donc $BE = 2BA = 2 \times 4 = 8$.

Le triangle EBC est donc isocèle ($BC = BE = 8$) et d'angle au sommet de mesure 60°. Les deux autres angles sont égaux et ont pour mesure :

$\dfrac{180 - 60}{2} = 60°$.

Les trois angles du triangle ont la même mesure, le triangle BEC est donc équilatéral.

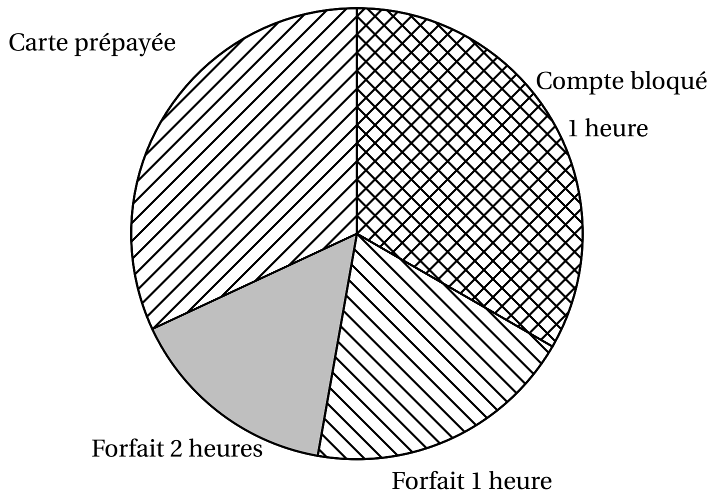
PROBLÈME **12 points**

Partie I

1. a. Sur 170 élèves, 125 ont un téléphone soit un pourcentage de $\dfrac{125}{170} \times 100 \approx 74\,\%$ à l'unité près.

b. Oui car $74\,\% = \dfrac{74}{100} \approx \dfrac{75}{100} = \dfrac{3}{4}$.

2. Les réponses des 125 élèves ayant un téléphone portable sont représentées dans le diagramme ci-dessous :



a. Ont une carte prépayée : $0,32 \times 125 = 40$ élèves.

b. Le secteur mesure approximativement $90 + 45 = 135°$; il correspond à $\dfrac{135}{360} \times 125 \approx 47$ élèves.

Partie II

1. F_1 correspond au prix payé par Julie soit 20 €.

F_2 correspond au prix payé par Marie.

2. On voit qu'à partir de 52 min Julie paiera moins que Marie.

3. a. Le prix payé par Sophie pour x minutes est $0,25x$.

b. Voir à la fin (en bleu).

4. Marie a dépensé plus de 17 € ; elle a donc téléphoné plus de 45 min ; si y et le nombre de minutes supplémentaires, on a :

   $17+0,5y=30$ soit $0,5y=13$ et $y=26$. Elle a donc téléphoné en tout :

   $45+26=71$ min.

   Sophie en téléphonant x minutes a dépensé :

   $10+0,25x=30$ ou $0,25x=20$ soit $x=80$ min. C'est donc elle qui a téléphoné le plus longtemps.

ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE