∽ Brevet des collèges Antilles–Guyane ∾ septembre 2009

Durée : 2 heures

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1 **4 points**

QCM : Questionnaire à choix multiple. **Voir Annexe 1**.

Exercice 2 **6 points**

1. Reproduire et compléter le tableau suivant en rangeant toutes les notes par ordre croissant.

Notes	2	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	15	17	18	19
Effectifs	1	3	1	2	2	2	2	1	2	2	4	2	1	2	1

2. L'effectif total de ce groupe est 28.
3. La moyenne des notes des 28 élèves est :
$\dfrac{2+12+5+12+14+16+18+10+22+24+52+30+17+36+19}{25} = \dfrac{289}{28} = 10,32$
soit 10,3 au dixième près.
4. La 14^{e} note est un 10 : la médiane est 10,5.
5. 14 copies ont une note inférieure à 10 : la probabilité de choisir l'une de ces copies est $\dfrac{14}{28} = 0,5$ ou 50 %.

Exercice 3 **2 points**

Le nombre x vérifie :
$x - 3 = \dfrac{x}{3}$ soit $3x - 9 = x$ ou $2x = 9$ et enfin $x = 4,5$.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1 **3 points**

QCM : Questionnaire à choix multiple. **Voir Annexe 2**.

Exercice 2 **5 points**

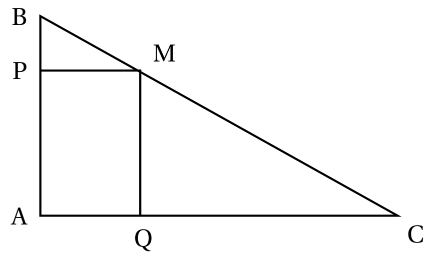
1. Dans le triangle ABC rectangle en B, on a $\sin\widehat{\text{BAC}} = \dfrac{\text{BC}}{\text{AC}} = \dfrac{12}{13}$. La calculatrice donne $\widehat{\text{BAC}} \approx 67,4$ soit 67°degrés au degré près.
2. **a.** Le triangle ABC rectangle en B est inscrit dans le cercle de diamètre [AC] ; le centre de ce cercle est le milieu de [AC] et on a donc OA = OC $OB = \dfrac{\text{AC}}{2} = \dfrac{13}{2} = 6,5$ cm.

   b. OA = OB entraîne que le triangle OAB est isocèle en O, donc $\widehat{\text{BAC}} = \widehat{\text{ABO}}$.
   Par supplément à 180°, on a :
   $\widehat{\text{BOA}} = 180 - 2 \times 67,4 = 180 - 134,8$ soit environ 45,2°, donc45°au degré près.

Exercice 3 **4 points**

1. On a $IB^2 = 10^2 = 100$.
   $IA^2 + AB^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$.
   Donc $IB^2 = IA^2 + AB^2$ ce qui montre par la réciproque du théorème de Pythagore que le triangle IAB est rectangle en A.
2. On a $\dfrac{ID}{IA} = \dfrac{11,2}{8} = 1,4$ et $\dfrac{IC}{IB} = \dfrac{14}{10} = 1,4$.
   Donc $\dfrac{ID}{IA} = \dfrac{IC}{IB}$ égalité qui montre par réciproque de la propriété de Thalès que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
3. Les droites (AB) et (CD) sont parallèles, la droite (AD) perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre (CD) en D,donc le triangle IDC est rectangle en D.

PROBLÈME **12 points**



Partie A

1. Dans le triangle ABC rectangle en A le théorème de Pythagore s'écrit :
   $BC^2 = BA^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$, donc BC = 5 cm.
2. Les droites (MP) et (AC) perpendiculaires à la même droite (AB) sont parallèles.
   Les droites (MQ) et (AB) perpendiculaires à la même droite (AC) sont parallèles.
   Le quadrilatère APMQ est donc un parallélogramme et comme il a un angle droit, il en a quatre : c'est un rectangle.
3. La propriété de Thalès avec les parallèles (MP) et (AC) donne :
   $\dfrac{BP}{BA} = \dfrac{BM}{BC} = \dfrac{MP}{AC}$, soit $\dfrac{BP}{3} = \dfrac{BM}{5} = \dfrac{MP}{4}$.

Partie B

1. En remplaçant BM par 2 dans les égalités obtenues dans la partie A, on obtient :
   $\dfrac{BP}{3} = \dfrac{2}{5} = \dfrac{MP}{4}$.
   On en déduit : $\dfrac{BP}{3} = \dfrac{2}{5}$ qui donne $BP = \dfrac{2 \times 3}{5} = \dfrac{6}{5} = 1,2$ cm.
   Puis $\dfrac{2}{5} = \dfrac{MP}{4}$, d'où $MP = \dfrac{2 \times 4}{5} = \dfrac{8}{5} = 1,6$cm.
2. L'aire du rectangle APMQ est égale à :
   $AP \times PM = (3 - 1,2) \times 1,6 = 1,8 \times 1,6 = 2,88\ \text{cm}^2$.

Partie C

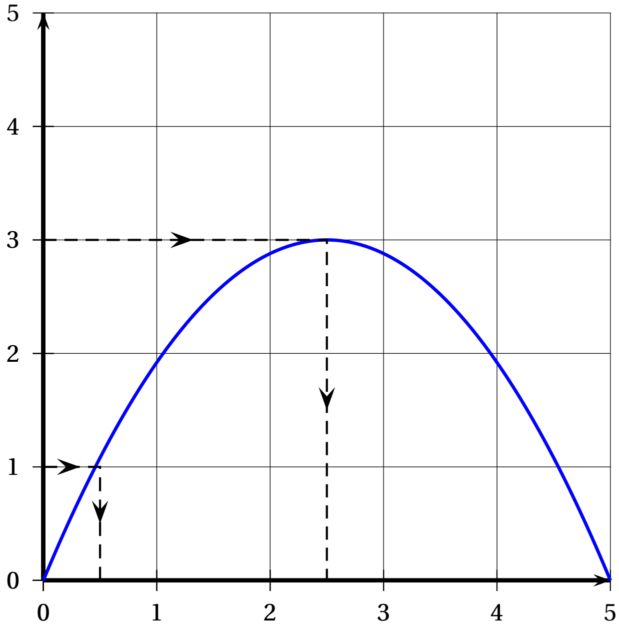
1. On reprend les égalités de la fin de la partie A en remplaçant BM par x :
$\dfrac{\text{BP}}{3} = \dfrac{x}{5} = \dfrac{\text{MP}}{4}$.
$\dfrac{\text{BP}}{3} = \dfrac{x}{5}$ entraîne $\text{BP} = \dfrac{3x}{5}$; de même $\dfrac{x}{5} = \dfrac{\text{MP}}{4}$ entraîne $\text{MP} = \dfrac{4x}{5}$.

2. On a $\text{AP} = \text{AB} - \text{BP} = 3 - \dfrac{3x}{5}$.

3. Le rectangle est un carré si la longueur PM est égale à la largeur AP, soit si $\dfrac{4x}{5} = 3 - \dfrac{3x}{5}$, soit si $\dfrac{4x}{5} + \dfrac{3x}{5} = 3$ ou $\dfrac{8x}{5} = 3$, puis $8x = 15$ et enfin $x = \dfrac{15}{8}$.

4. $\mathcal{A}(x) = \text{AP} \times \text{PM} = \dfrac{4x}{5} \times \left(3 - \dfrac{3x}{5}\right) = \dfrac{12x}{5} - \dfrac{12x^2}{25} = 2,4x - 0,48x^2$.

5.



a. On lit approximativement que l'aire vaut 1 lorsque $x = 0,5$.

b. On lit que l'aire est maximale lorsque $x = 2,5$.

ANNEXE 1 (à rendre avec la copie)

LE CANDIDAT RÉPONDRA DIRECTEMENT SUR LES FEUILLES ANNEXE 1 et 2.

CES FEUILLES ANNEXES SERONT REMISES AVEC LA COPIE.

Exercice 1 4 points

Pour chaque ligne du tableau, 3 réponses (A, B et C) sont proposées.
Écrire dans la dernière colonne la lettre correspondant à la bonne réponse.

Énoncé	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse
Le PGCD de 364 et 156 est :	26	78	52	C
L'écriture scientifique de $\dfrac{15\times10^8\times10^{-3}}{10^2}$ est :	$1,5\times10^4$	$1,5\times10^3$	$1,5\times10^2$	A
Les solutions de l'inéquation $-3x+7\geqslant5$ sont les nombres x vérifiant :	$x\geqslant\dfrac{2}{3}$	$x\leqslant\dfrac{2}{3}$	$x\leqslant-\dfrac{2}{3}$	B
On donne la fonction f définie par : $f(x)=3x^2-5$. $f\left(\dfrac{2}{3}\right)=$	$-\dfrac{11}{3}$	-1	$\dfrac{7}{9}$	A

ANNEXE 2 (à rendre avec la copie)

Exercice 1 **3 points**

Pour chaque ligne du tableau, 3 réponses (A, B et C) sont proposées.
Écrire dans la dernière colonne la lettre correspondant à la bonne réponse.

On a une sphère S de centre O et de rayon r.
Le plan P coupe la sphère en formant un cercle C de centre H.

Énoncé	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse
Le rayon du cercle C est égal à :	$r - \text{OH}$	$\sqrt{r^2 + \text{OH}^2}$	$\sqrt{r^2 - \text{OH}^2}$	C
L'aire de la sphère S est :	$\frac{4}{3} \times \pi \times r^2$	$4 \times \pi \times r^2$	$2 \times \pi \times r$	B
Le volume de la boule de rayon r est :	$\frac{4}{3} \times \pi \times r^3$	$4 \times \pi \times r^2$	$2 \times \pi \times r$	A