∽ Corrigé du biplôme national du brevet juin 2008 ∾ Antilles–Guyane

L'usage de la calculatrice est autorisé

Activités numériques **12 points**

Exercice 1 **2 points**

1. $A = \dfrac{\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{2}}{\dfrac{17}{9}-\dfrac{1}{3}} = \dfrac{\dfrac{4}{6}+\dfrac{3}{6}}{\dfrac{17}{9}-\dfrac{3}{9}} = \dfrac{\dfrac{7}{6}}{\dfrac{14}{9}} = \dfrac{7}{6}\times\dfrac{9}{14} = \dfrac{7\times3\times3}{2\times3\times2\times7} = \dfrac{3}{4}$.
2. $B = \dfrac{81\times10^{3}\times6\times10^{-10}}{18\times10^{-2}} = \dfrac{9\times9\times6\times10^{-7}}{6\times3\times10^{-2}} = 27\times10^{-5} = 2,7\times10^{-4}$.

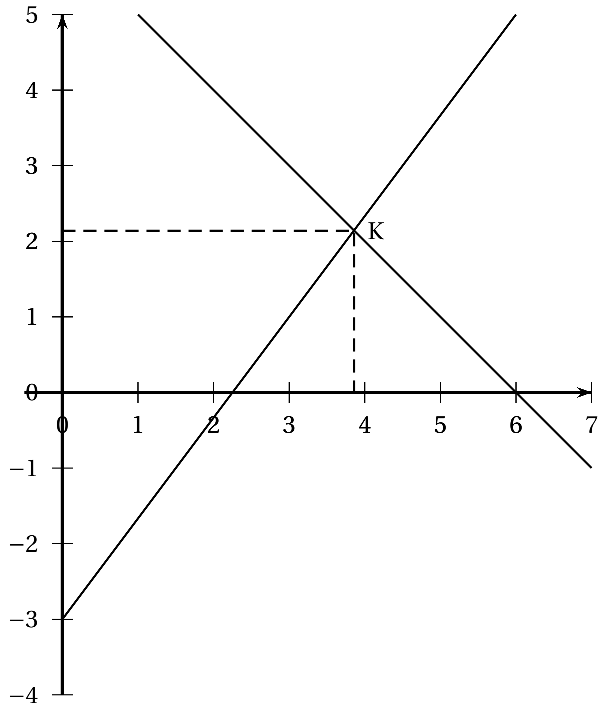
Exercice 2 **6 points**

Voir ANNEXE 1

Exercice 3 **4 points**

$$f(x) = \frac{4}{3}x-3 \qquad \text{et} \qquad g(x) = -x+6$$

1.



Les coordonnées de K vérifient le système d'équations :

$\left\{\begin{array}{rcl} y &=& \frac{4}{3}x-3\\ y &=& -x+6\end{array}\right.$, d'où $\frac{4}{3}x-3=-x+6$ soit $\frac{4}{3}x+\frac{3}{3}x=6+3$ puis $\frac{7}{3}x=9$, $7x=27$ et enfin $x=\frac{27}{7}$.

En remplaçant dans la deuxième équation $y = 6-\frac{27}{7} = \frac{42}{7}-\frac{27}{7} = \frac{15}{7}$. $K\left(\frac{27}{7}\ ;\ \frac{15}{7}\right)$.

Sur le graphique on voit que l'abscisse de K est légèrement inférieure à 4 et son ordonnée légèrement supérieure à 2.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1 **6 points**

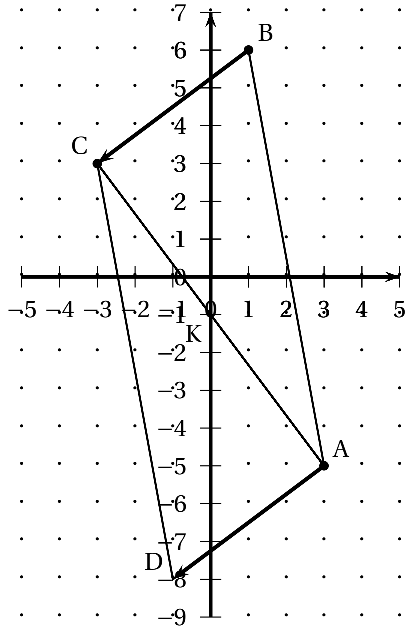
1. Les droites (BC) et (MN) sont parallèles ; la propriété de Thalès permet donc d'écrire :
$\dfrac{\text{AB}}{\text{AM}} = \dfrac{\text{AC}}{\text{AN}}$, soit en remplaçant : $\dfrac{4,5}{\text{AM}} = \dfrac{3}{4,8}$, d'où $3\text{AM} = 4,5 \times 4,8$ et
$\text{AM} = 1,5 \times 4,8 = 7,2$ (cm).
On sait aussi que $\dfrac{\text{AB}}{\text{AM}} = \dfrac{\text{BC}}{\text{MN}}$, ou $\dfrac{4,5}{7,2} = \dfrac{\text{BC}}{6,4}$, d'où $\text{BC} = \dfrac{6,4 \times 4,5}{7,2} = 4$ (cm).
2. On a $\dfrac{\text{AE}}{\text{AC}} = \dfrac{5}{3}$ et $\dfrac{\text{AF}}{\text{AB}} = \dfrac{7,5}{4,5} = \dfrac{75}{45} = \dfrac{15}{9} = \dfrac{5}{3}$.
On a donc $\dfrac{\text{AE}}{\text{AC}} = \dfrac{\text{AF}}{\text{AB}}$, ce qui montre par réciproque de la propriété de Thalès que les droites (EF) et (BC) sont parallèles.

Exercice 2 **6 points**

1. ABCD est un rectangle, donc BAD est un triangle rectangle en A. Le théorème de Pythagore s'écrit :
$\text{BD}^2 = \text{BA}^2 + \text{AD}^2$, soit $50^2 = 40^2 + \text{AD}^2$, donc $\text{AD}^2 = 50^2 - 40^2 = (50+40)(50-40) = 90 \times 10 = 900 = 30^2$, donc AD = 30 cm.
2. Le volume de la pyramide est :
$V_{\text{SABCD}} = \dfrac{1}{3} \times \mathscr{A}_{\text{ABCD}} \times \text{SO} = \dfrac{1}{3} \times 40 \times 30 \times 81 = 27 \times 1\,200 = 32\,400\ \text{cm}^3$.
3. **a.** La section est elle aussi un rectangle.
   b. Le coefficient de réduction est égal au rapport des hauteurs des deux pyramides soit $r = \dfrac{\text{SO}'}{\text{SO}} = \dfrac{54}{81} = \dfrac{9 \times 6}{9 \times 9} = \dfrac{6}{9} = \dfrac{2}{3}$.
   c. Comme le volume fait intervenir le produit de trois longueurs le volume de la pyramide SA′B′C′D′ est celui de la pyramide SABCD multiplié par $r^3 = \left(\dfrac{2}{3}\right)^3 = \dfrac{8}{27}$.
   Donc $V_{\text{SA'B'C'D'}} = \dfrac{8}{27} \times 32\,400 = 9\,600\ \text{cm}^3$.
4. **a.** Dans le triangle SOA rectangle en O, on a $\tan\widehat{\text{SAO}} = \dfrac{\text{SO}}{\text{AO}} = \dfrac{81}{25} = 3,24$
   b. La calculatrice donne $\widehat{\text{SAO}} \approx 72,8$ soit 73°au degré près.

PROBLÈME **12 points**

1.



2. a. On a $AB^2 = (1-3)^2 + (6-(-5))^2 = (-2)^2 + 11^2 = 4 + 121 = 125$.
Donc $AB = \sqrt{125} = \sqrt{25 \times 5} = \sqrt{25} \times \sqrt{5} = 5\sqrt{5}$. On a de même
$AC^2 = (-3-3)^2 + (3-(-5))^2 = (-6)^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$. On en déduit que $AC = \sqrt{100} = 10$.
$BC^2 = (-3-1)^2 + (3-6)^2 = (-4)^2 + (-3)^2 = 16 + 9 = 25$. On en déduit que $BC = \sqrt{25} = 5$.

b. Or $125 = 100 + 25$ ou encore $AB^2 = AC^2 + CB^2$ qui montre d'après la réciproque du théorème de Pythagore que le triangle ABC est rectangle en C.

3. a. Voir la figure plus haut.

b. Par définition de la translation on a $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ ce qui montre que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

c. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}$.

4. $\overrightarrow{BC}\,(-3-1\,;\,3-6)$ soit $\overrightarrow{BC}\,(-4\,;\,-3)$.

5. a. Les droites (BC) et (AD) sont parallèles ; la droite (AC) perpendiculaire à (BC) est perpendiculaire à l'autre (AD).
D'autre part par définition de la translation BC = AD, donc les triangles rectangles ABC et ACD ont les mesures de côtés, donc la même aire. L'aire du parallélogramme ABCD est donc égale au double de l'aire du triangle rectangle ABC, soit $2 \times AC \times BC = 2 \times 10 \times 5 = 100\ \text{cm}^2$.

b. K est le point commun aux deux diagonales donc le milieu de [AC] par exemple, donc $K\left(\dfrac{3+(-3)}{2}\,;\,\dfrac{-5+3}{2}\right)$, soit $K(0\,;\,-1)$.

ANNEXE 1

LE CANDIDAT RÉPONDRA DIRECTEMENT SUR CETTE FEUILLE.
CETTE FEUILLE ANNEXE SERA REMISE AVEC LA COPIE.

Exercice 2 **6 points**

Énoncé	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D	Réponse
$\dfrac{6+3}{7+3}$	$\dfrac{6}{7}$	0,9	$\dfrac{6}{7}+1$	$\dfrac{9}{10}$	B
En développant $(3x+6)^2$, on obtient	$3x^2+36x+36$	$9x^2+36$	$9x^2+36x+36$	$45x+36$	C
En factorisant $16x^2-4$, on obtient	$(4x-2)^2$	$(4x-2)(4x+2)$	$(4x+2)^2$	$(16x-2)(16x+2)$	B
$\sqrt{16}\times\sqrt{5}$	$\sqrt{16\times 5}$	$\sqrt{16+5}$	$5\sqrt{4}$	$4\sqrt{5}$	D
$\sqrt{9+16+25}=$	$3+4+5$	$\sqrt{50}$	$\sqrt{9}+\sqrt{16}+\sqrt{25}$	7,07	B
La fonction affine f vérifie : $f(0)=1$ et $f(1)=2$. f est définie par	$f(x)=x-1$	$f(x)=x+1$	$f(x)=3x-1$	$f(x)=3-x$	B