Corrigé du brevet des collèges Amérique du Sud Novembre 2009

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES 12 points

Exercice 1

x	9	4	25
x^2	81	16	625
$\sqrt{x}$	3	2	5

Exercice 2

On considère la fraction $\dfrac{190}{114}$.

1. Les deux nombres 190 et 114 sont pairs donc divisibles par 2, donc la fraction $\dfrac{190}{114}$ n'est pas irréductible.
2. $190 = 114 \times 1 + 76$; $114 = 76 \times 1 + 38$; $76 = 38 \times 2 + 0$
   Le dernier reste non nul est 38 donc le PGCD de 190 et 114 est 38.
3. $190 = 5 \times 38$ et $114 = 3 \times 38$ donc $\dfrac{190}{114} = \dfrac{5 \times 38}{3 \times 38} = \dfrac{5}{3}$

Exercice 3

$\dfrac{3}{2} + \dfrac{7}{5}$	**Réponse C**	$\dfrac{3}{2} + \dfrac{7}{5} = \dfrac{14}{10} + \dfrac{14}{10} = \dfrac{29}{10}$
$\dfrac{10^5}{10^2}$	**Réponse A**	$\dfrac{10^5}{10^2} = \dfrac{10^2 \times 10^3}{10^2} = 10^3$
$\dfrac{2}{3} - \dfrac{7}{3} : \dfrac{1}{4}$	**Réponse B**	$\dfrac{2}{3} - \dfrac{7}{3} : \dfrac{1}{4} = \dfrac{2}{3} - \dfrac{7}{3} \times \dfrac{4}{1} = \dfrac{2}{3} - \dfrac{28}{3} = -\dfrac{26}{3}$
$\left(10^5\right)^2$	**Réponse C**	$\left(10^5\right)^2 = 10^{5\times 2} = 10^{10}$

Exercice 4

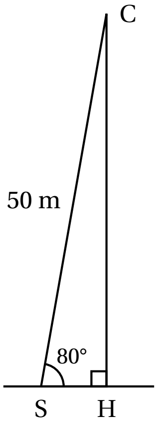
On donne $\text{A} = (x-5)^2$ et $\text{B} = x^2 - 10x + 25$.

1. Pour $x = 5$
   - $\text{A} = (5-5)^2 = 0$
   - $\text{B} = 5^2 - 10 \times 5 + 25 = 25 - 50 + 25 = 0$
2. Pour $x = -1$
   - $\text{A} = (-1-5)^2 = (-6)^2 = 36$
   - $\text{B} = (-1)^2 - 10 \times (-1) + 25 = 1 + 10 + 25 = 36$
3. Pour tout x : $\text{A} = (x-5)^2 = x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2 = x^2 - 10x + 25 = \text{B}$

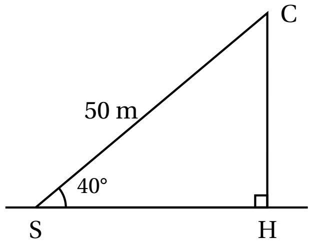
ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES 12 points

Exercice 1

Simon joue avec son cerf-volant au bord de la plage. La ficelle est déroulée au maximum et elle est tendue, elle mesure 50 m.

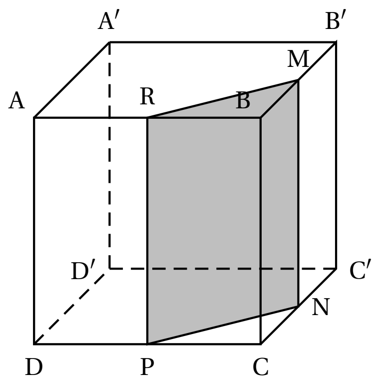


1. La ficelle fait avec l'horizontale un angle $\widehat{CSH}$ qui mesure 80 °.
   Dans le triangle SCH rectangle en H :
   $\sin\widehat{SCH} = \dfrac{CH}{SC}$ donc $CH = SC \times \sin 80° \approx 49$ m.
2. Lorsque la ficelle fait avec l'horizontale un angle de 40 °, la distance CH vaut
   $SC \times \sin 40° \approx 32$ m.
   Ce n'est donc pas la moitié de la distance calculée au **1.**



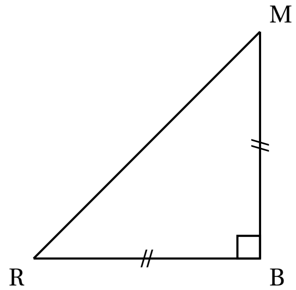
Exercice 2

Le cube représenté ci-contre est un cube d'arête 6 cm.
On considère :
le point M milieu de l'arête [BB′],
le point N milieu de l'arête [CC′],
le point P milieu de l'arête [DC],
le point R milieu de l'arête [AB].

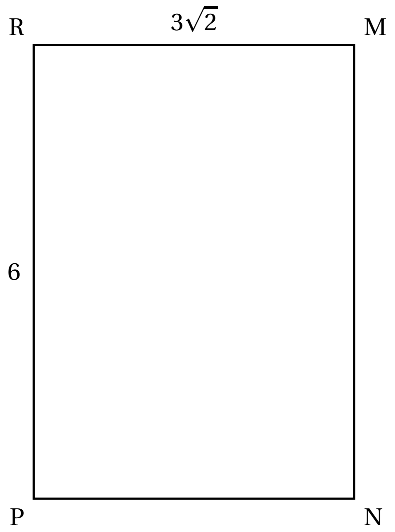


1.

ABB'A' est un carré donc l'angle $\widehat{RBM}$ est droit ; le triangle BRM est rectangle en B.
De plus R est le milieu de [AB] et AB = 6 donc BR = 3.
De même M est le milieu de [BB'] donc BM = 3.
On en déduit que le triangle BRM est isocèle.
Le triangle BRM est donc isocèle rectangle en B.
D'après le théorème de Pythagore :
$RM^2 = BR^2 + BM^2 = 3^2 + 3^2 = 18$ donc $RM = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$



2. On coupe le cube par le plan passant par R et parallèle à l'arête [BC].



La section RMPN est un rectangle dont la longueur vaut 6 cm et la largeur vaut $3\sqrt{2}$ cm.

3. Le triangle BRM est rectangle isocèle en B donc c'est la moitié d'un carré ;
son aire est : $\dfrac{\text{BR} \times \text{BM}}{2} = \dfrac{3 \times 3}{2} = 4,5 \text{ cm}^2$.
Le prisme droit de base RBM et de hauteur [BC] a pour volume :
aire de la base × hauteur $= 4,5 \times 6 = 27 \text{ cm}^3$.

Problème **12 points**

Première partie : étude de la figure donnée en annexe 1

OABC est un carré de côté 7 cm ; O, A et E sont alignés et AE = 2 cm.

1. L'aire du carré OABC est $\text{OA} \times \text{OC} = 7 \times 7 = 49 \text{ cm}^2$
2. Dans le triangle OEC rectangle en O : $\tan\widehat{\text{OEC}} = \dfrac{\text{OC}}{\text{OE}} = \dfrac{7}{7+2} = \dfrac{7}{9}$
   On trouve à la calculatrice, $\widehat{\text{OEC}} \approx 38°$
3. Les droites (BC) et (OE) sont parallèles et elles sont coupées par la droite (CE) ; les angles $\widehat{\text{OEC}}$ et $\widehat{\text{ECB}}$ sont donc alternes internes et ils ont donc la même mesure : $\widehat{\text{ECB}} \approx 38°$.

Deuxième partie : construction d'un rectangle sur la figure de l'annexe 1 :

1. Voir figure en annexe.
2. **a.** Par construction, les droites (AM) et (CE) sont parallèles ; donc on peut appliquer le théorème de Thalès dans les triangles OAM et OEC : $\dfrac{\text{OM}}{\text{OC}} = \dfrac{\text{OA}}{\text{OE}}$

   b. On sait que $\dfrac{\text{OM}}{\text{OC}} = \dfrac{\text{OA}}{\text{OE}}$; or OC = OA = 7 et OE = 9.

   Donc $\dfrac{\text{OM}}{\text{OC}} = \dfrac{\text{OA}}{\text{OE}} \iff \dfrac{\text{OM}}{7} = \dfrac{7}{9} \iff \text{OM} = \dfrac{49}{9}$

c. L'aire du rectangle OMNE est égale à OM × OE = $\dfrac{49}{9} \times 9 = 49$ cm^2.
Donc l'aire du rectangle OMNE est égale à l'aire du carré OABC.

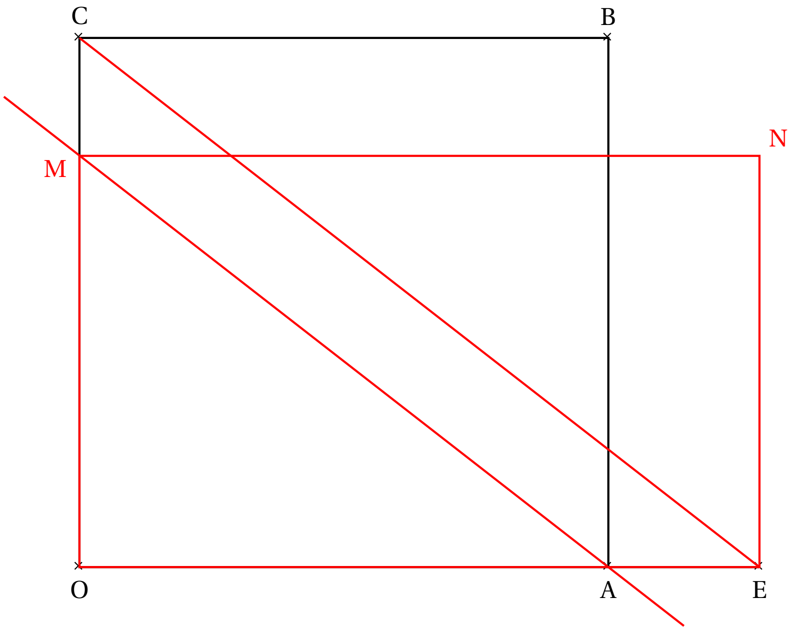
Troisième partie : construction d'un rectangle de même aire qu'un carré

On utilisera la figure donnée en **annexe 2 (à rendre avec la copie)** :
OABC est maintenant un carré de côté 5 cm ; O, A et E sont alignés ; AE = 5 cm.
Construire le rectangle OMNE de même aire que le carré OABC, avec M appartenant au segment [OC].

On prendra M milieu de [OC] ; ce point M peut être obtenu comme intersection de (OC) avec la parallèle à (CE) passant par A.
L'aire du carré OABC est égale à $5 \times 5 = 25$ cm^2.
L'aire du rectangle OMNE est égale à $2,5 \times 10 = 25$ cm^2.

ANNEXES À RENDRE AVEC LA COPIE

Annexe 1



Annexe 2