Durée : 2 heures

Corrigé du brevet des collèges Amérique du Nord 7 juin 2013

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1 — 4 points

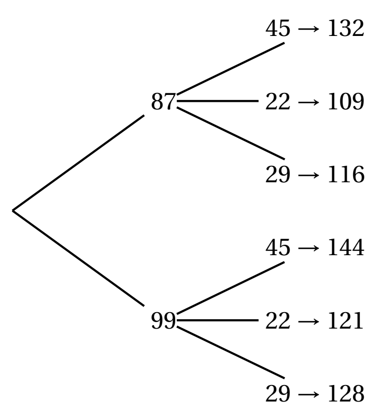
1. La somme des probabilités est égale à 1 : la probabilité manquante est donc $1-\left(\dfrac{1}{9}+\dfrac{1}{3}\right)=1-\left(\dfrac{1}{9}+\dfrac{3}{9}\right)=1-\dfrac{4}{9}=\dfrac{5}{9}$. Réponse **c.**
2. S'il y a t tables à trois pieds et 34 tables à quatre pieds, on a : $3t+4\times 34=169$ soit $3t+136=169$ ou encore $3t=33$ et enfin $t=11$. Réponse **b.**
3. La partie visible représente 10 %, soit 35 m, donc l'iceberg mesure 350 m. Réponse **a.**
4. Réponse **b.**

EXERCICE 2 — 4 points

S'il a c billets de cinq €, il a $21-c$ billets de 10 €.
Il a donc : $5c+10(21-c)=125$ (€) soit $5c+210-10c=125$ et $5c=85$.
Finalement $c=17$; Arthur a $21-17=4$ billets de 10 € et 17 billets de 5 €.

EXERCICE 3 — 6 points

1.



Sur les six possibilités quatre reviennent à moins de 130 €. La probabilité est donc égale à : $\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}$.

2. Prix avant réduction : $99+45=144$ €
   a. Avoir 20 % de réduction c'est payer 80 % du prix initial soit : $0,80\times 144=115,20$ €.
   b. Avec cette réduction le prix passe en dessous de 130 € ; la probabilité est donc maintenant égale à $\dfrac{5}{6}$.

EXERCICE 4 — 5 points

Flavien veut répartir la totalité de 760 dragées au chocolat et 1 045 dragées aux amandes dans des sachets dans des sachets ayant la même répartition de dragées au chocolat et aux amandes.

1. On a $760 = 76 \times 10$ mais 1 045 impair ne peut être multiple de 76 qui est pair. On ne peut donc répartir ces dragées dans 76 sachets.
2. **a.** On cherche avec l'algorithme d'Euclide le PGCD à 760 et 1 045 :
   $1\,045 = 760 \times 1 + 285$;
   $760 = 285 \times 2 + 190$;
   $285 = 190 \times 1 + 95$;
   $190 = 95 \times 2 + 0$.
   On a donc $\text{PGCD}(760\,;\,1\,045) = 95$.

On peut faire au maximum 95 sachets.

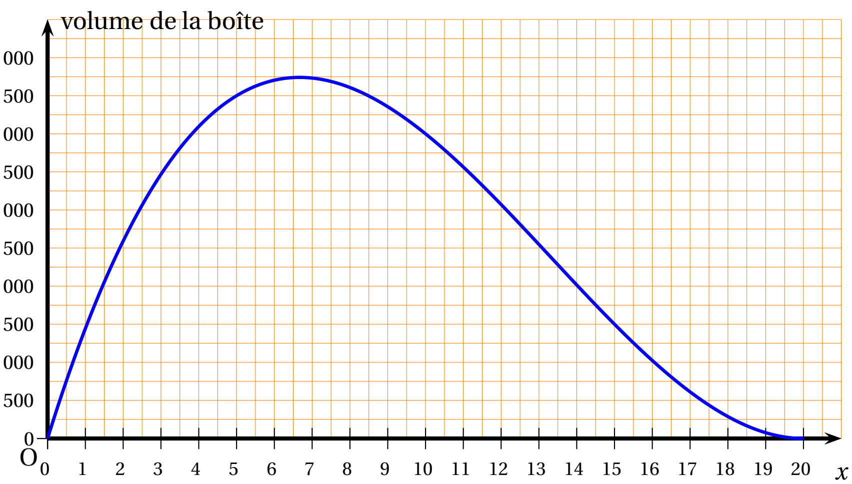
b. On a $760 = 95 \times 8$ et $1\,045 = 95 \times 11$.
Il y a dans chacun des 95 sachets, 8 dragées au chocolat et 11 dragées aux amandes.

EXERCICE 5 **4 points**

1. $3 \times 4 + 0,25 = 12 + 0,25 = 12,25$.
   Or $3,5^2 = \left(\dfrac{7}{2}\right)^2 = \dfrac{7^2}{2^2} = \dfrac{49}{4} = \dfrac{24,5}{2} = 12,25$. Le calcul est exact.
2. Multiplier 7 par 8 et ajouter 0,25 au produit.
   $7 \times 8 + 0,25 = 56,25$.
   $7,5^2 = \left(\dfrac{15}{2}\right)^2 = \dfrac{15^2}{2^2} = \dfrac{225}{4} = \dfrac{112,5}{2} = 56,25$. Exact !
3. Quel que soit le naturel n : $(n+0,5)^2 = n^2 + 0,5^2 + 2 \times n \times 0,5 = n^2 + n + 0,25 = n(n+1) + 0,25$.
   La conjecture de Julie est vraie.

EXERCICE 6 **4 points**

1. On enlève en tout $2x$ de 40, donc $0 \leqslant x \leqslant 20$.
2. On a donc un pavé de fond carré de côtés mesurant $40 - 2 \times 5 = 30$ et de hauteur 5.
   Le volume du pavé est donc égal à $30 \times 30 \times 5 = 900 \times 5 =$
   a. Le maximum semble atteint pour $x = 6,5$.
   b. La droite d'équation $y = 2\,000$ coupe la courbe aux points d'abscisse 1,5 et 14.



EXERCICE 7 **5 points**

1. Puisque le polygone est régulier les cinq angles au centre ont la même mesure soit $\dfrac{360}{5} = 72°$.
2. **a.** OA = OB montre que le triangle OAB est isocèle; la hauteur [OM] est aussi la médiatrice de [AB] (le théorème de Pythagore appliqué aux triangles OAM et OBM montre que MA = MB, donc M et O sont équidistants de A et de B) et la bissectrice de l'angle $\widehat{\text{BOA}}$. Donc $\widehat{\text{AOM}} = 36°$.

   b. Dans le triangle OAM rectangle en M, on a $\sin\widehat{\text{AOB}} = \dfrac{\text{AM}}{\text{AO}}$; donc

   $\text{AM} = \text{AO} \times \sin\widehat{\text{AOB}} = 238\sin 36 \approx 139,89$, soit au mètre près 140 m..

   c. Chaque côté mesure donc $2 \times 140 = 180$ et le périmètre est donc égal à $5 \times 280 = 1\,400$ m.

EXERCICE 8 **4 points**

1. **a.** *Méthode* 1 : on part de l'aire du rectangle à laquelle on retire l'aire des deux triangles rectangles :

   $7 \times 3 - \left(\dfrac{1}{2} \times 3 \times 1\right) - \left(\dfrac{1}{2} \times 3 \times 3\right) = 21 - \dfrac{3}{2} - \dfrac{9}{2} = 21 - 6 = 15\ \text{cm}^2$.

   Méthode 1 : on utilise la formule de l'aire du trapèze :

   $\dfrac{(B+b) \times h}{2} = \dfrac{(7+3) \times 3}{2} = 15\ \text{cm}^2$.

   b. Voir ci-dessus.
2. C'est la deuxième expression qui est correcte.

   Il suffit de racer une diagonale du trapèze pour retrouver cette formule : l'aire du trapèze est la somme des aires de deux triangles : $\dfrac{Bh}{2} + \dfrac{bh}{2} = \dfrac{(b+B)h}{2}$.