

Durée : 2 heures

∞ Corrigé du brevet des collèges Amérique du Nord ∞
8 juin 2012

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

12 points

Exercice 1

Affirmation 1 : $\frac{1}{8} = \frac{125}{1000} = 0,125$. Vraie

Affirmation 2 : $72 = 1 \times 72 = 2 \times 36 = 3 \times 24$ cela fait déjà 6 diviseurs. Fausse.

Affirmation 3 : $(n-1)(n+1) + 1 = n^2 - 1 + 1 = n^2$. Vraie

Affirmation 4 : Fausse : 3 et 9 sont impairs et ne sont pas premiers entre eux.

Exercice 2

1. Classe 1 : moyenne des livres empruntés $\frac{84}{21} = 4$ identique à celle de la classe 2.
2. Il y en a 8 dans la classe 1 et il y en a au moins 12 dans la classe 2.
3. Dans la classe 2 l'étendue est égale à 8; même s'il y a un élève qui n'a pas emprunté de livre, il y en a au moins un qui a emprunté au moins 8 livres. C'est donc dans la classe 2 qu'il y a le plus grand lecteur des deux classes.

Exercice 3

Chaque heure le nombre de cellules est doublé : on a donc successivement :
2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32 ; 64 ; 128 ; 256 ; ...

C'est donc à la 8^e heure que le nombre dépassera 200.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

12 points

Exercice 1

Toutes les conditions d'application du théorème de Thalès sont établies; on peut donc écrire :

$$\frac{CG}{GB} = \frac{DG}{GA} = \frac{CD}{AB}, \text{ soit } \frac{30}{45} = \frac{30}{45} = \frac{CD}{51}.$$

En simplifiant par 15, on a donc $\frac{2}{3} = \frac{CD}{51}$, soit $CD = 51 \times \frac{2}{3} = 34$ (cm).

Exercice 2

1. a. Le cylindre a un rayon de 1,5 cm et une hauteur de 6 cm, son volume est :
 $V = \pi \times 1,5^2 \times 6 = \pi \times 2,25 \times 6 = 13,5\pi$.
- b. Les deux cônes sont identiques, ils ont la même hauteur $\frac{6}{2} = 3$ et pour rayon de leur base 1,5 cm. Leur volume est donc :
 $\frac{\pi \times 1,5^2 \times 3}{3} = 2,25\pi$, donc $V_1 = 2 \times 2,25\pi = 4,5\pi$.
- c. On a $\frac{V_1}{V} = \frac{4,5\pi}{13,5\pi} = \frac{4,5}{13,5} = \frac{1}{3}$.

2. On a vu que le volume de la partie haute est égale à $2,25\pi \approx 7,1 \text{ cm}^3$. Il va être très difficile de mettre 12 cm^3 dedans...

Remarque : si le sable pouvait rentrer il s'écoulerait à la vitesse de 240 cm^3 par 60 minutes soit à la vitesse de 4 cm^3 par minute. Comme $12 = 3 \times 4$, le sable s'écoulera en 3 min (durée habituelle d'un sablier).

Exercice 3

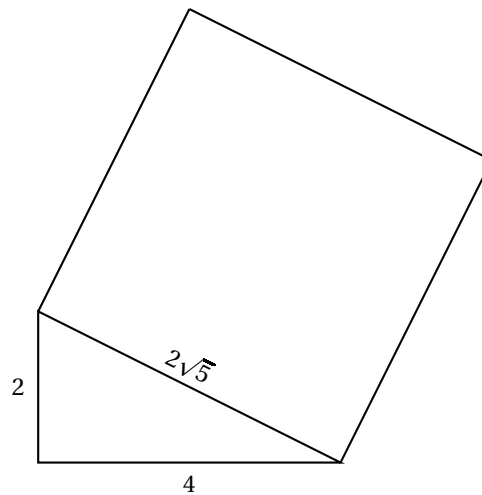
La mesure chaque côté du petit carré est égale à 2, puisque $2^2 = 4$. Donc la mesure chaque côté du grand est égale à 4; son aire est égale à $4^2 = 16$.

Il faut donc trouver un carré de côté c tel que :

$$c^2 = 4 + 16 = 20; \text{ on en déduit que } c = \sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}.$$

Pour construire cette longueur il suffit de construire un triangle rectangle dont les côtés mesurent 2 et 4, puisque comme on vient de le voir d'après les théorème de Pythagore :

$$2^2 + 4^2 = 20 = (2\sqrt{5})^2.$$



PROBLÈME

12 points

- Soit x le nombre d'élèves de 3^e faisant de l'espagnol en seconde langue.
Le total des élèves est :
 $84 + x + 22 + 24 + 62 + 50 = 320$ ou $x + 242 = 320$ et enfin $x = 78$.
Il y a donc $84 + 78 = 162$ élèves qui peuvent être concernés par cet échange.
- Il y a en 3^e $78 + 24 + 50 = 152$ élèves.
Or $\frac{24}{152} \times 100 = \frac{300}{19} \approx 15,8\%$ soit effectivement plus de 12%.

Partie II - Le financement

- On a $\frac{50}{4} = \frac{25}{2} = 12,5$. Il faut donc multiplier toutes les quantités de la recette par 12,5.
Bœuf haché : 6 250 g; haricots rouges 5 000 g soit 5 kg;
Oignons : 25; concentré de tomate : 812,5 g.
 - On récupère : $50 \times 15 = 750 \text{ €}$. Il y a donc un bénéfice de $750 - 261 = 489 \text{ €}$.
- La probabilité est égale à $\frac{3}{720} = \frac{1}{240} \approx 0,0042$ soit 0,4% à peu près.

- b. La probabilité est égale à $\frac{1}{720} \approx 0,0014$ soit 0,15 % à peu près.
3. Avec la tombola on récupère $720 \times 2 = 1440$ €.
La somme récupérée au total est égale à : $489 + 1440 = 1929$ €.

Partie II - Le voyage

1. Les billets d'avion reviennent à $24 \times 770,30 = 18487,20$ €.
On déduit les 1929 € des deux actions ; reste à payer : $18487,20 - 1929 = 16658,20$ €.
Il faut donc demander à chaque élève : $\frac{16658,20}{24} \approx 690$ € à l'euro près.
2. Pour parcourir 256 km à 80 km/h, il faut $\frac{256}{80} = 3,2$ h soit 3 h et $0,2 \times 60 = 12$ min.
Il faut donc partir au plus tard à 11 h 30 moins 3 h 12 min soit 8 h 18 min.
3. a. Quand l'avion arrive il est 17 h 24 + 7 h = 24 h 24 heure française. Soit un trajet de :
 $24 \text{ h } 24 \text{ moins } 13 \text{ h } 30 = 10 \text{ h } 54 \text{ min.}$
- b. 10 h 54 min correspondent à $600 + 54 = 654$ min La vitesse moyenne de l'avion est $\frac{9709}{654} \approx 14,8456$ (km/min) soit $60 \times 14,8456 \approx 891$ (km/h).