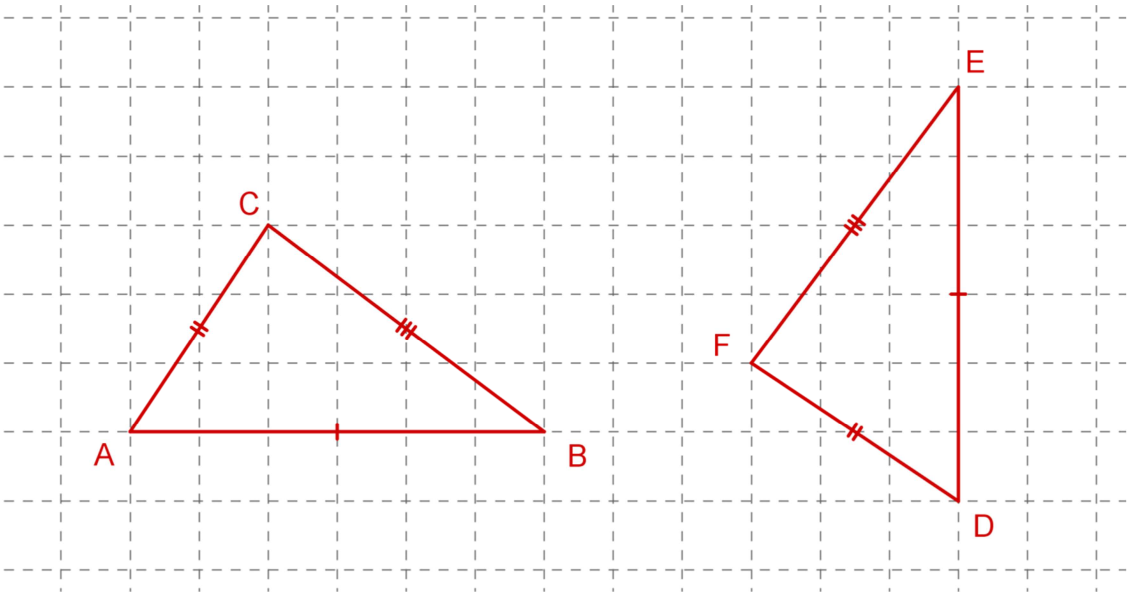
TRIANGLES EGAUX, TRANSLATION ET ROTATION

I) Triangles égaux :

A) Définition et propriété :

1) Définition :

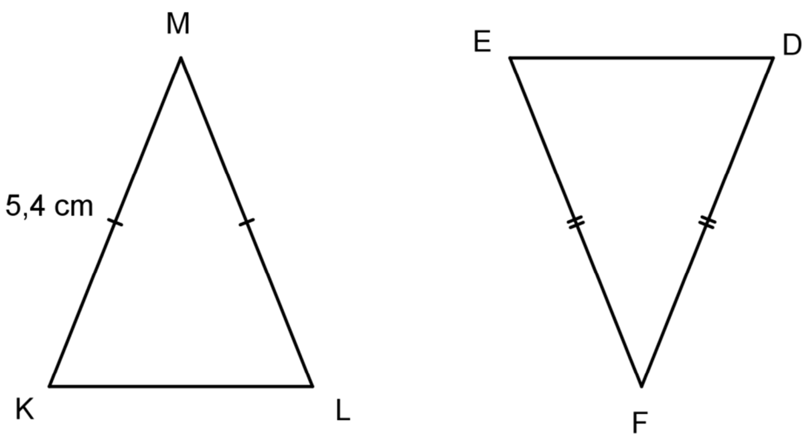
Deux triangles égaux (ou isométriques) sont des triangles ayant leurs côtés, deux à deux, de même longueur.



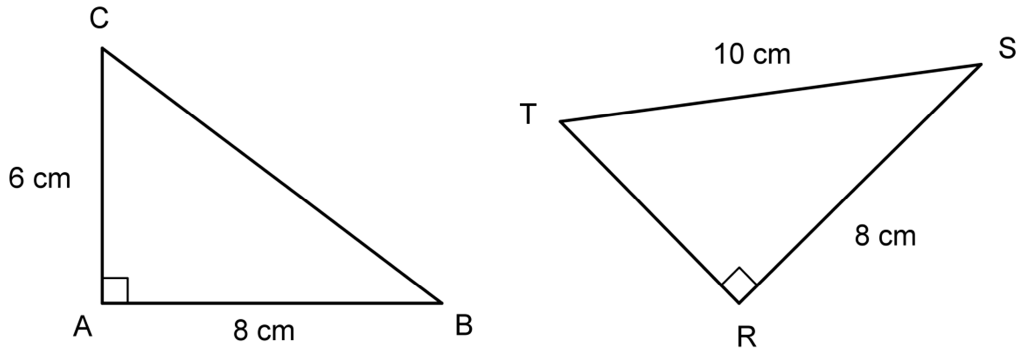
Si les triangles ABC et DEF sont égaux alors AB = DE, AC = DF et BC = EF.
Si AB = DE, AC = DF et BC = EF alors les triangles ABC et DEF sont égaux.

Exemples :

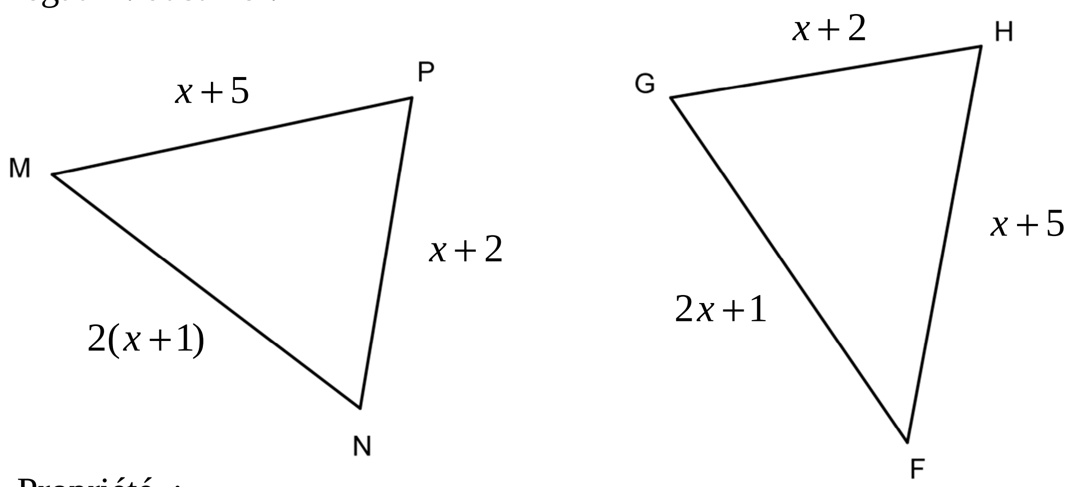
a) Les triangles isocèles KLM et DEF sont égaux. Déterminer la distance EF.



b) Les triangles ABC et RST sont-ils égaux? Justifier.

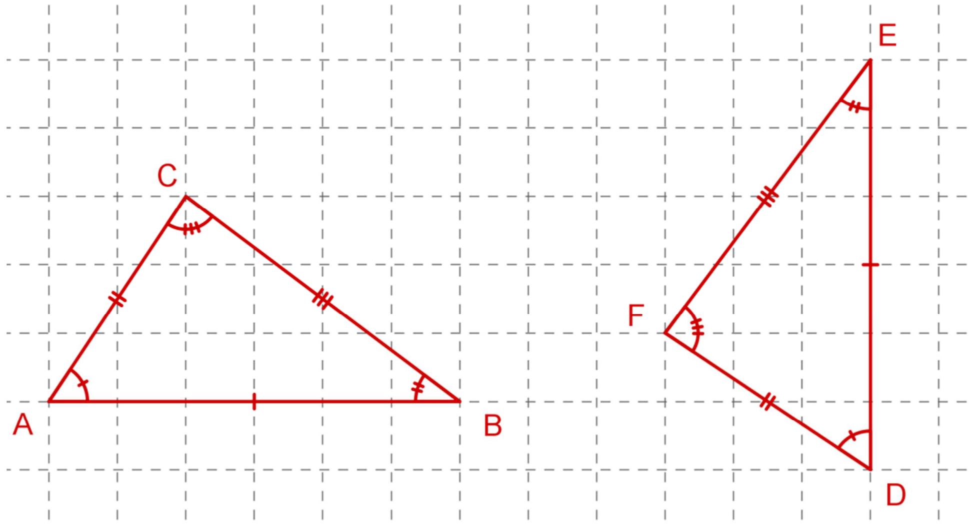


c) Soit x , un nombre relatif positif, les triangles MNP et FGH sont-ils égaux ? Justifier.



2) Propriété :

Si deux triangles sont égaux alors leurs angles sont, deux à deux, de même mesure.



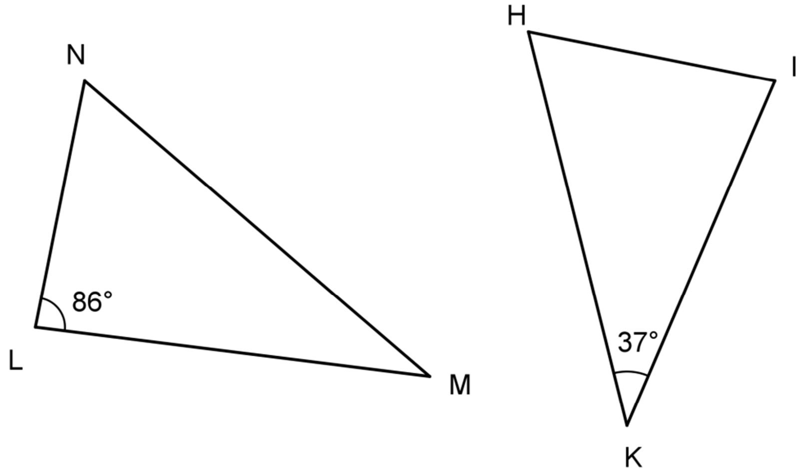
Si les triangles ABC et DEF sont égaux alors $\widehat{BAC} = \widehat{EDF}$, $\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$ et $\widehat{ACB} = \widehat{DFE}$.

Remarque :

Attention, la réciproque n'est pas vraie.

Exemple :

Les triangles LMN et IKH sont égaux. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{IHK}$.



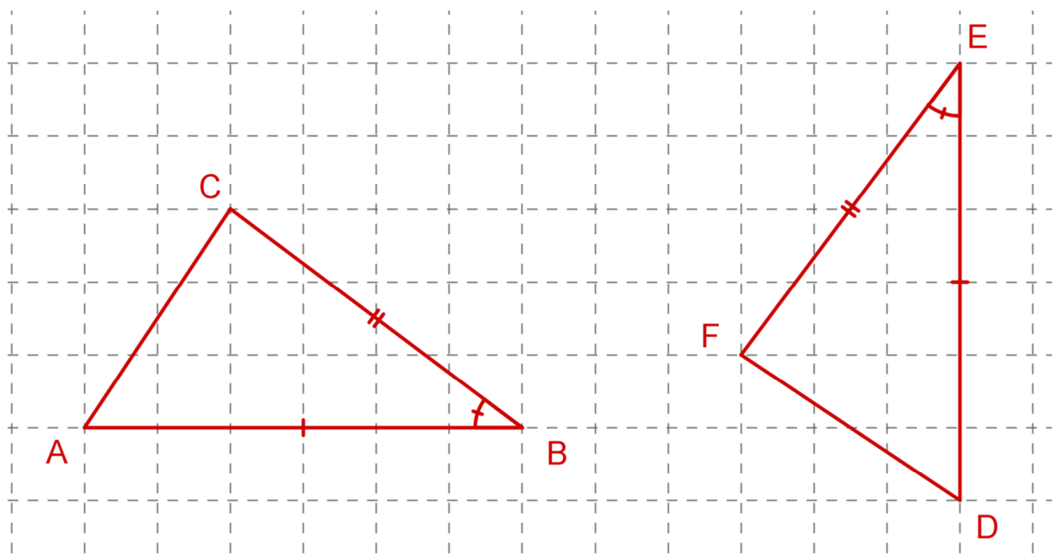
B) Montrer que des triangles sont égaux :

1) Définition :

Deux triangles ayant leurs côtés, deux à deux, de même longueur sont égaux.

2) Propriété 1 :

Si deux triangles ont un angle de même mesure entre deux côtés, deux à deux, de même longueur alors les triangles sont égaux.



Si AB = DE, BC = EF et $\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$ alors les triangles ABC et DEF sont égaux.

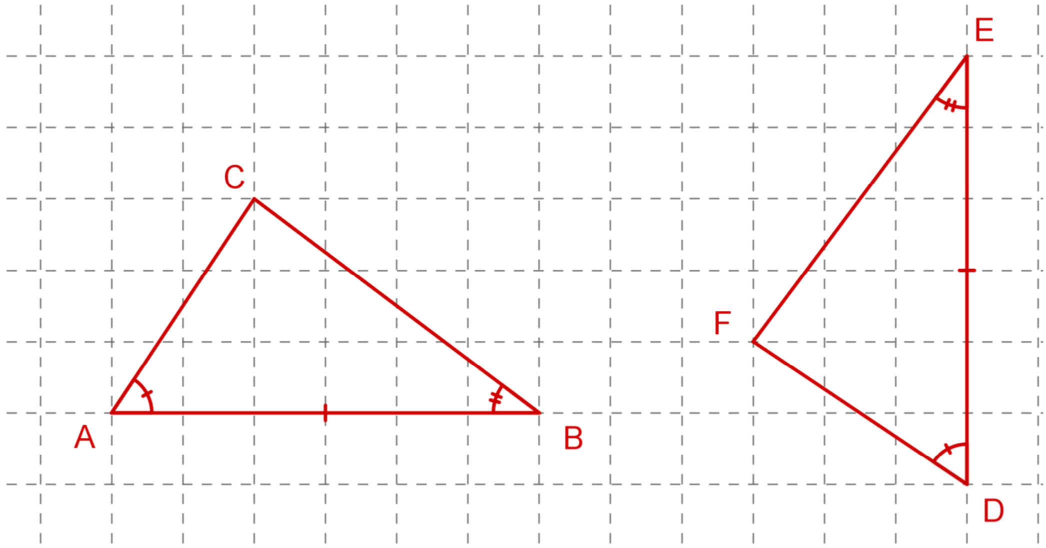
Exemple :

KLM est un triangle isocèle en K et I est le milieu du segment [LM].

a) Faire une figure.
b) Montrer que les triangles KIL et KIM sont égaux.

3) Propriété 2 :

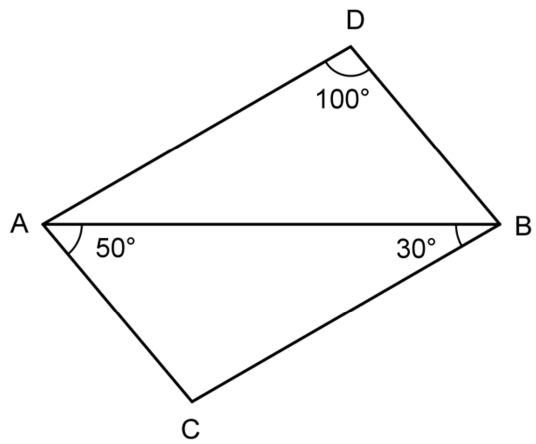
Si deux triangles ont un côté de même longueur entre deux angles, deux à deux, de même mesure alors les triangles sont égaux.



Si $AB = DE$, $\widehat{BAC} = \widehat{EDF}$ et $\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$ alors les triangles ABC et DEF sont égaux.

Exemple :

On donne la figure ci-dessous. Les droites (BD) et (AC) sont parallèles.

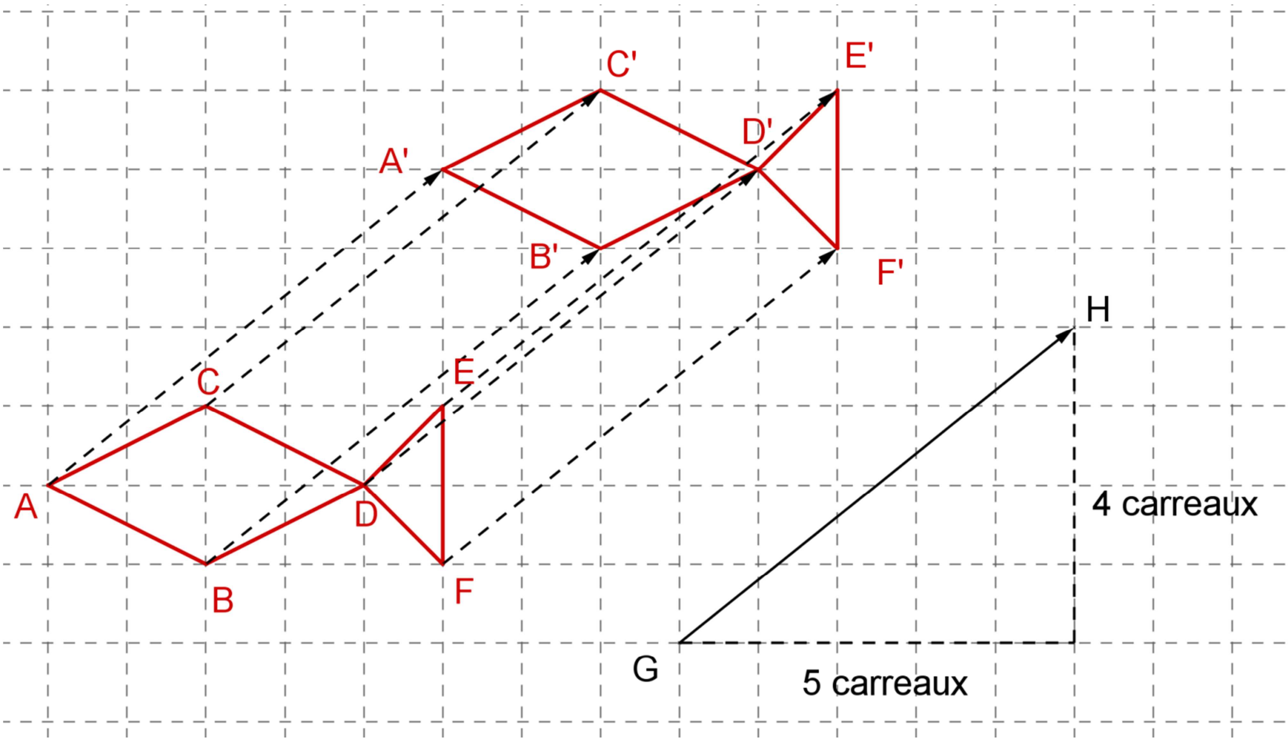


Montrer que les triangles ABC et BAD sont égaux.

II) Translation :

1) Définition :

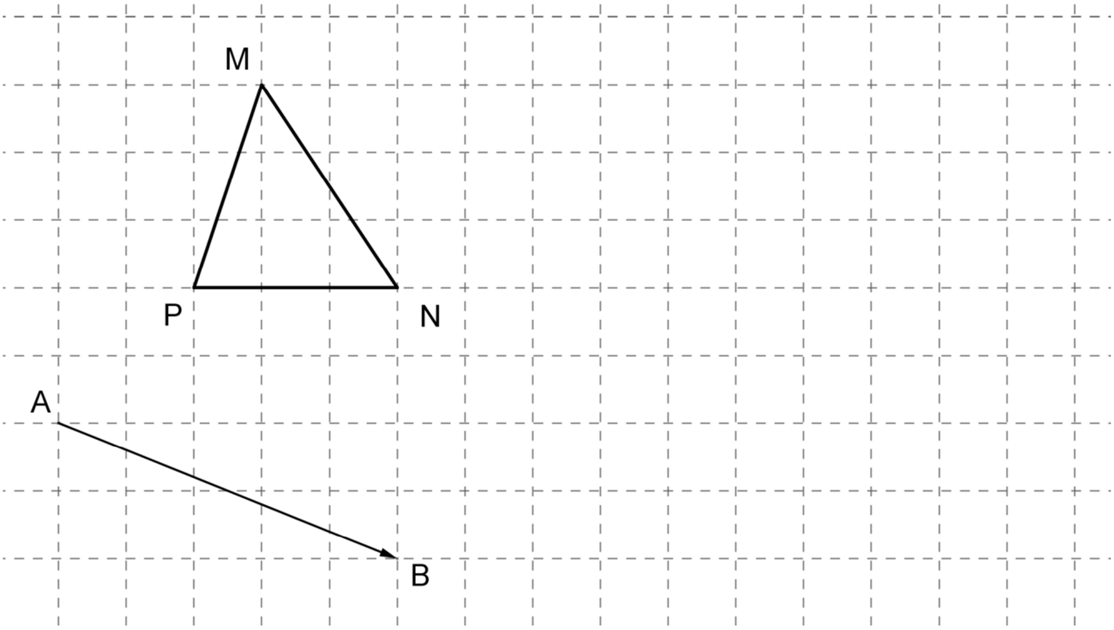
Transformer une figure par translation revient à la faire glisser.
Ce glissement est défini par une direction, un sens et une longueur.
On schématise ce glissement par une flèche.



La figure A'B'C'D'E'F' est obtenue par glissement de la figure ABCDEF suivant la flèche GH.
On dit que la figure A'B'C'D'E'F' est l'image de la figure ABCDEF par la translation qui transforme G en H.

Exemple :

On donne le triangle MNP.



a) Construire l'image M'N'P' du triangle MNP par la translation qui transforme A en B.

b) Que peut-on dire des triangles MNP et M'N'P' ?

c) Quelles propriétés des translations pouvez-vous en déduire ?

2) Propriétés :

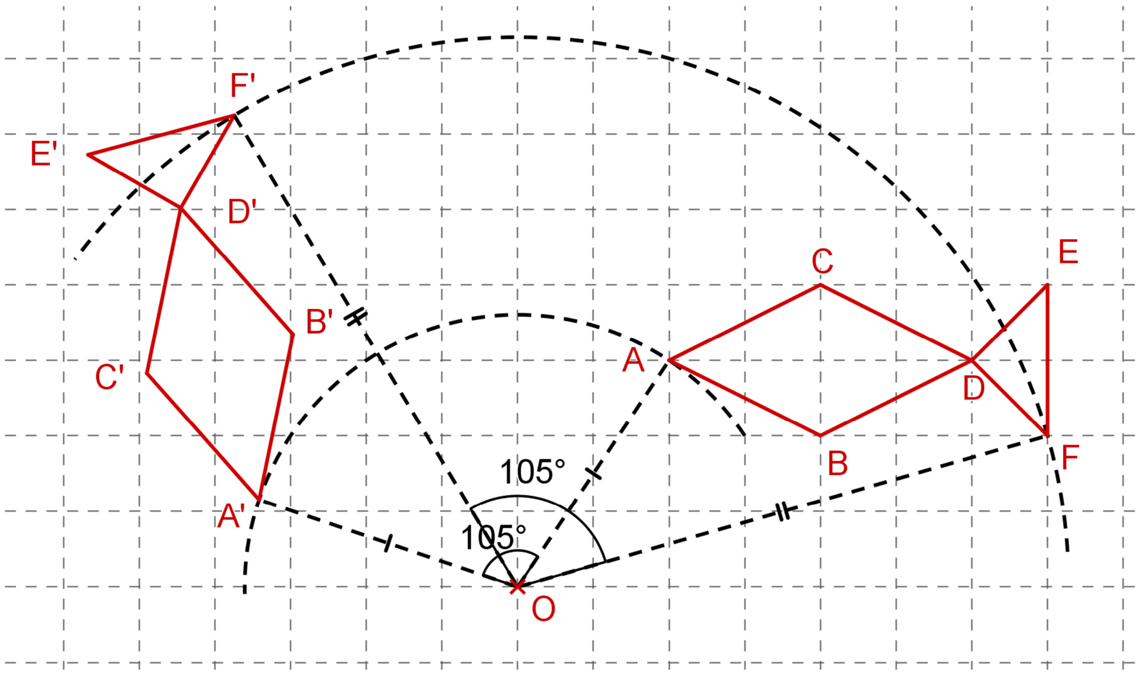
La translation conserve l'alignement, les mesures des angles, les longueurs et les aires.

III) Rotation :

1) Définition :

Transformer une figure par rotation revient à la faire pivoter autour d’un point. Une rotation est définie par un centre, un angle et un sens de rotation (horaire ou anti-horaire).

sens anti-horaire  sens horaire

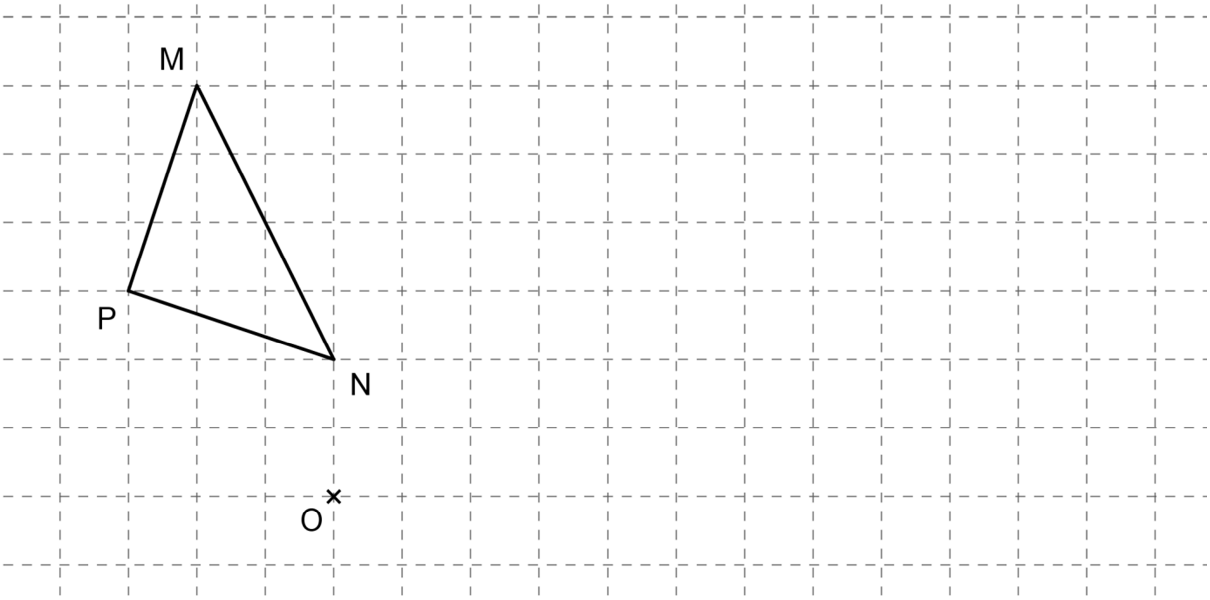


On dit que la figure A’B’C’D’E’F’ est l’image de la figure ABCDEF par la rotation de centre O, d’angle 105° et de sens anti-horaire.

Remarque :

La rotation de centre O est d’angle 180° est la symétrie centrale de centre O.

Exemple :
On donne le triangle MNP.



a) Construire l'image M'N'P' du triangle MNP par la rotation de centre O, d'angle 90° et de sens horaire.
b) Que peut-on dire des triangles MNP et M'N'P' ?
c) Quelles propriétés des rotations pouvez-vous en déduire ?

2) Propriétés :

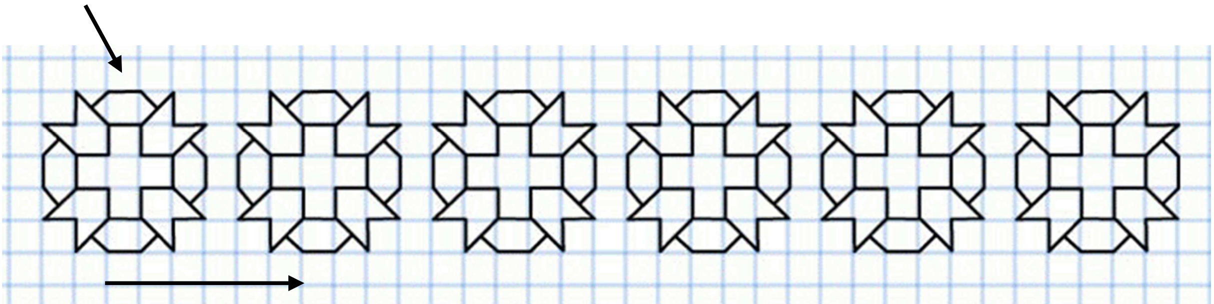
La rotation conserve l'alignement, les mesures des angles, les longueurs et les aires.

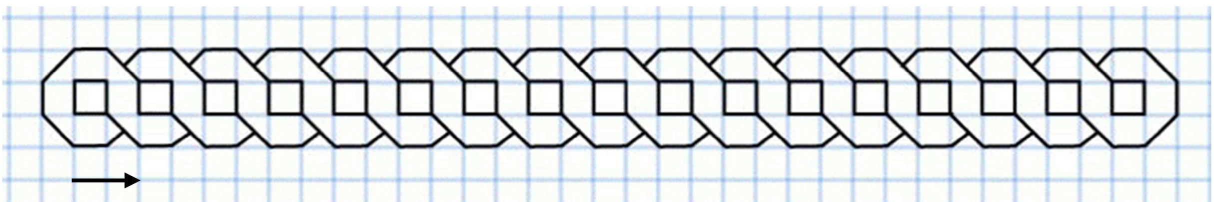
IV) Applications des translations et des rotations :

1) La frise :

Une frise est constituée d'un motif qui est reproduit dans une seule direction par translation.

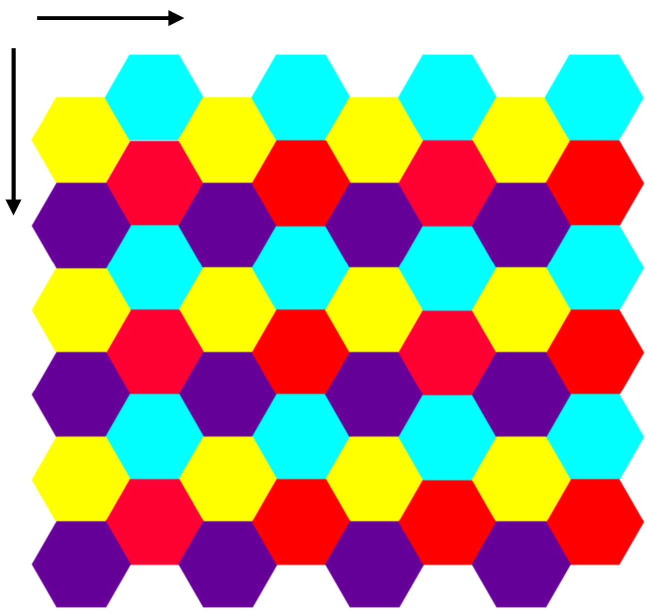
motif

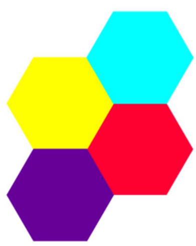




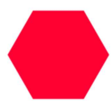
2) Le pavage :

Un pavage est constituée d'un motif qui est reproduit dans deux directions par des translations qui recouvre le plan sans trou, ni superposition.





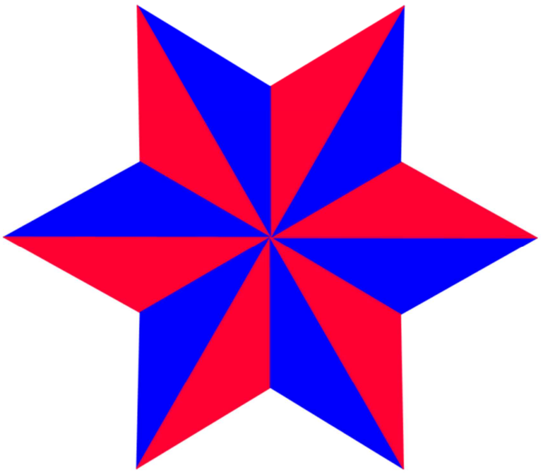
motif

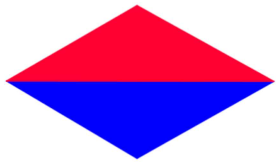


motif élémentaire

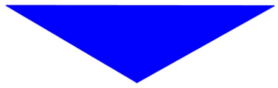
3) La rosace :

Une rosace est constituée d’un motif qui est reproduit plusieurs fois par rotation.





motif



motif élémentaire