

I – Grandeurs proportionnelles

1. Passer d'une ligne à une autre

■ **EXERCICE** : Une baguette de pain coûte 1,20€. Combien coûtent 2 baguettes ? 4 baguettes ? et 5 baguettes ?

Solution : On peut résumer cette situation dans un tableau :

Nombre de baguettes	1	2	4	5
Prix des baguettes	1,20 €	2,40 €	4,80 €	6 €

) $\times 1,2$



Définitions

Un tableau est dit **tableau de proportionnalité** si les nombres de la 2^e grandeur (2^e ligne) correspondent au produit de ceux de la 1^{re} grandeur (1^{re} ligne) par un *même nombre* (ici 1,2), qui s'appelle alors le **coefficient de proportionnalité**. On dit alors que ces deux grandeurs sont **proportionnelles**.



Remarques

- Les problèmes de ce chapitre pourront *toujours* être résumés par un tableau. Il suffira alors de voir s'il existe une valeur unique permettant de passer de la 1^{re} à la 2^e ligne en multipliant : si oui, on a une situation de proportionnalité !
- L'ordre des lignes n'a pas d'importance : on peut les échanger !

Oral :
17, 18, 19 p. 84

En classe :
—

À la maison :
31 p. 85

2. Technique du « produit en croix »

■ **EXERCICE** : Axel Aire a acheté 7 paquets de bonbons pour 13,44 €. Mike Robbe en a acheté 3. Combien a-t-il payé ?



Remarques

- Le souci ici est que les techniques apprises en primaire (passer d'une ligne à une autre, ou passer d'une colonne à une autre) ne fonctionnent pas. Il faut trouver une autre méthode...
- La technique présentée ici fonctionne **pour tous les problèmes de proportionnalité**, mais les méthodes plus simples vues en primaire peuvent quand même être appliquées lorsque c'est possible (voir 34 p. 85) !



Méthode (« PRODUIT EN CROIX »)

1. On résume les données de l'énoncé dans un tableau à quatre cases.
2. On dessine une croix en plein milieu des quatre cases, avec deux couleurs différentes ;
3. L'une des **branches** de la croix est « complète » (on connaît les deux nombres à ses extrémités), on multiplie alors les deux nombres de cette branche : $13,44 \times 3 = 40,32$;
4. On divise le résultat par le nombre qui reste : $40,32 \div 7 = 5,76$.

Solution : Faisons un tableau :

Nombre de paquets	7	3
Prix (en €)	13,44	x

Calcul : $x = \frac{13,44 \times 3}{7} = \frac{40,32}{7} = 5,76$. On en déduit que Mike a payé 5,76 €.

Remarques

- Noter la rédaction : on a mis une lettre dans le tableau pour matérialiser le nombre inconnu, on a ensuite écrit cette lettre suivi du symbole « = » et d'une fraction pour laquelle l'étape 3 a été faite au numérateur et l'étape 4 au dénominateur, et on a fini le calcul sur la même ligne.
- Il arrivera que le résultat du calcul ne tombe pas juste. Il faudra alors arrondir au rang que l'énoncé demande, *sans oublier le symbole « ≈ »*.

3. Échelle

Définition

On appelle **échelle d'un plan** le coefficient de proportionnalité entre les longueurs sur le dessin et dans la réalité (elles doivent être exprimées dans la même unité).

Exemple : Sur la carte ci-contre, on peut lire que l'échelle est « 1/1 000 000 - 1 cm = 10 km ». La fraction 1/1 000 000 signifie littéralement que « **1 cm sur le dessin représente 1 000 000 cm en réalité** », donc 10 000 m ou encore 10 km. On peut donc commencer un tableau de proportionnalité :

Distance sur le dessin (cm)	1	x	83,8
Distance en réalité (km)	10	399	y

■ EXERCICE :

- La distance à vol d'oiseau entre Paris et Strasbourg est de 399 km. Quelle distance les sépare sur ce plan ?

Solution : $x = \frac{399 \times 1}{10} = \frac{399}{10} = 39,9$ cm.

Il y a donc 39,9 cm entre Paris et Strasbourg sur cette carte.

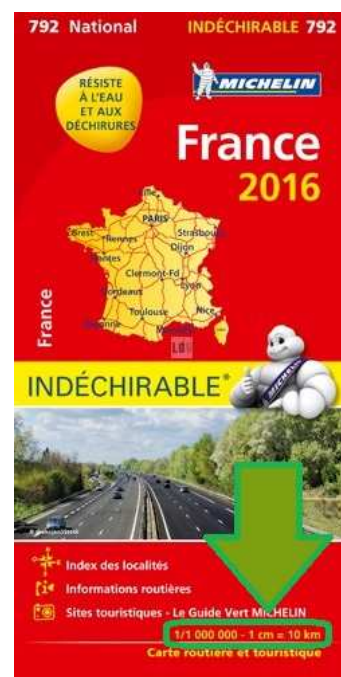
- On mesure sur la carte 83,8 cm entre Brest et Montpellier. Quelle distance réelle sépare ces deux villes ?

Solution : $y = \frac{83,8 \times 10}{1} = \frac{838}{1} = 838$ km.

Il y a donc en réalité 838 km entre Brest et Montpellier. C'est distance s'appelle la **distance à vol d'oiseau**.

- La distance calculée à la question précédente est-elle la même que celle utilisée lors d'un trajet en voiture pour aller de Brest à Montpellier ?

Solution : Non, car on a mesuré la longueur du segment sur le plan. Or la route n'est pas toute droite. Il y a donc en réalité plus de 838 km **par la route** entre Brest et Montpellier.



© Michelin

Oral :

20, 22, 23, 25, 26, 27, 28 p. 84

En classe :

3 p. 79 + 13 p. 83 + 38 p. 85

À la maison :

3, 4 p. 79 + 14, 15 p. 83 + 39 p. 85 + 44 p. 86

II – Représentation graphique d'une situation de proportionnalité

Chaque colonne de valeurs d'un tableau de proportionnalité peut se représenter par un point dans un graphique. Ce n'est pas pour rien qu'un tableau de proportionnalité a deux lignes et qu'un graphique a deux axes !



Propriété

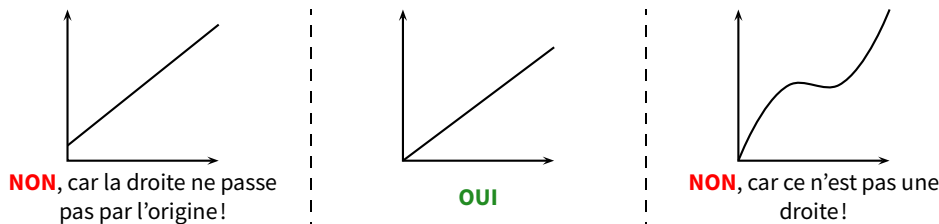
Sur un graphique, on reconnaît une situation de proportionnalité lorsque tous les points forment une droite et que cette droite passe par l'origine (le « double-zéro »).

À l'inverse, si une droite alignée avec l'origine est présente sur un graphique, alors elle traduit une situation de proportionnalité !



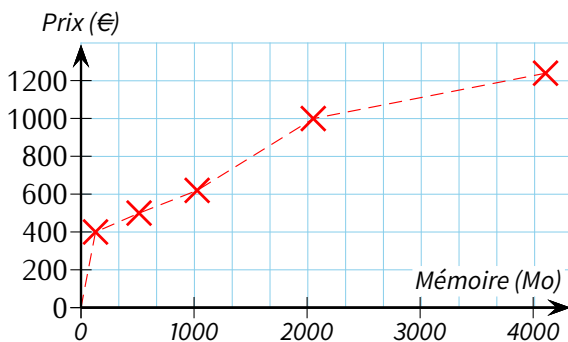
Remarque

Il faut vraiment les deux conditions : de points alignés **ET** la droite formée doit passer par l'origine !



Exemple 1 : Le graphique ci-dessous indique le prix de cinq ordinateurs en fonction de leur mémoire vive (exprimée en Mo).

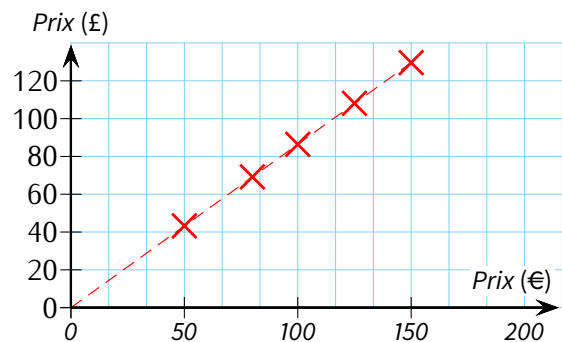
Le prix est-il proportionnel à la quantité de mémoire vive ?



→ **NON**, car les points ne forment pas une droite.

Exemple 2 : Dans une banque, des clients ont échangé le même jour des euros (€) en livres sterling (£).

Les sommes en € et en £ sont-elles proportionnelles ?



→ **OUI**, car les points forment une droite **et** cette droite passe par l'origine.



Remarque

On pourrait mettre les données de ces deux exemples chacune dans un tableau. On déterminerait très rapidement que le premier tableau n'est pas de proportionnalité (sinon on devrait payer environ 1 200 € pour un ordinateur de 2 048 Mo car ce serait le double d'un ordinateur de 1 024 Mo qui coûte environ 600 €) mais que le second est bien un tableau de proportionnalité.

À la date de création du cours, le taux de change officiel utilisé pour générer le second graphique était de 1 € = 0,862 301 914 £.

Oral :

—

En classe :
47 p. 86

À la maison :
48, 49 p. 86