PÉRIMÈTRES & AIRES

Chapitre 18

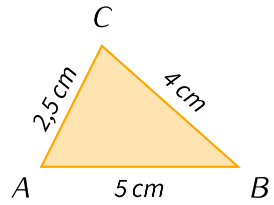
I — Calculs de périmètre

1. Définition

Définition (rappel du chapitre n° 4)

Le périmètre d'une figure est la mesure de son contour, et uniquement de son contour.

Exemple : On veut calculer le périmètre du triangle suivant :



Solution : $\mathscr{P}_{ABC} = 5 + 4 + 2{,}5 = 11{,}5$ cm.

Pour les figures particulières, on utilisera plutôt des formules qui nous permettront de calculer plus vite.

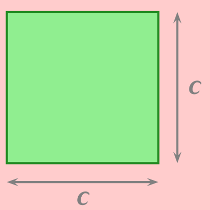
Oral : 17, 25 p. 134	En classe : 30 p. 135	À la maison : 31, 32ab p. 135

2. Formules

Voici les formules de périmètres des quadrilatères particuliers (qui ne fonctionnent *que* pour ces quadrilatères… pour les autres figures, il faut utiliser la définition ci-dessus) :

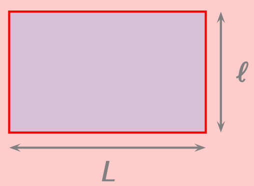
Formules de périmètre

Carré (rappel)



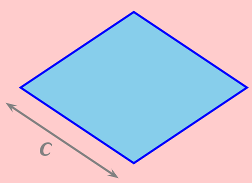
$\mathscr{P} = 4 \times c$

Rectangle (rappel)

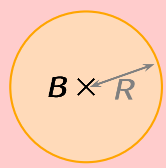


$\mathscr{P} = 2 \times (L + \ell) = 2 \times L + 2 \times \ell$

Losange



$\mathscr{P} = 4 \times c$



$\mathscr{P} = 2 \times \pi \times R$

Pour rappel, voici un tableau de conversion qui sera très utile dans nos problèmes :

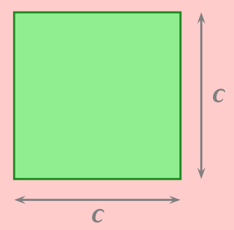
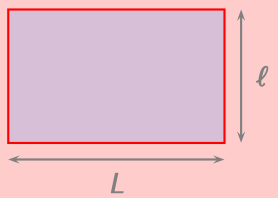
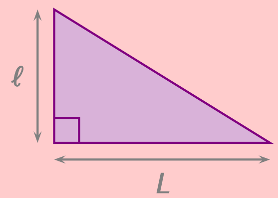
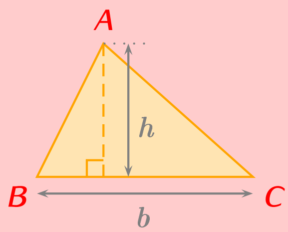
Les préfixes	kilo	hecto	déca	**unité principale**	déci	centi	milli
Longueurs	km	hm	dam	**m**	dm	cm	mm
2,5 m				2 ,	5	0	0
12,3 dm				1	2 ,	3	0
265 cm				2	6	5	0
1 500 mm				1	5	0	0

Oral : 25, 26 p. 134	En classe : 32cd p. 135	À la maison : 33, 35, 36 p. 135

II — Calculs d'aire

1. Polygones

Formules d'aire

Carré	Rectangle	Triangle rectangle	Triangle quelconque
			
$\mathscr{A} = c \times c$	$\mathscr{A} = L \times \ell$	$\mathscr{A} = L \times \ell \div 2$	$\mathscr{A} = b \times h \div 2$

Définition

Dans l'illustration du triangle quelconque, le segment en pointillés (celui avec l'angle droit) est appelé hauteur issue de A ou hauteur relative à $[BC]$: c'est la droite passant par A et perpendiculaire à (BC).

Remarques

— Puisqu'il existe trois sommets dans un triangle, on peut tracer trois hauteurs. Par conséquent, on peut appliquer de trois façons différentes la formule de l'aire dans un triangle ! On essaye de toujours choisir comme base un segment "droit" !

— Pour un triangle rectangle, la formule générale du triangle quelconque est évidemment toujours valable, mais plus simple car la base et la hauteur sont en fait les deux côtés de l'angle droit.

Définitions

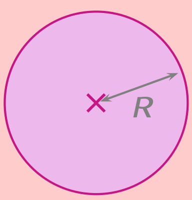
Lorsque les longueurs de l'énoncé sont en cm, l'unité naturelle d'aire sera le centimètre carré, noté cm². 1 cm² correspond donc à l'aire d'un carré de coté 1 cm.

De la même manière, 1 dm² désignera l'aire d'un carré de 1 dm de côté, 1 dam² désignera l'aire d'un carré de 1 dam de côté, etc.

Oral :	En classe :	À la maison :
18, 19, 27 p. 134	8 p. 131 + 45 p. 136	9, 10, 11 p. 131 + 46, 47 p. 136

2. Disque

Formule d'aire



$\mathscr{A} = \pi \times R \times R$

Exemple : On va calculer l'aire d'un disque de rayon 3 cm puis celle d'un disque de diamètre 2 km, en arrondissant les réponses au dixième :

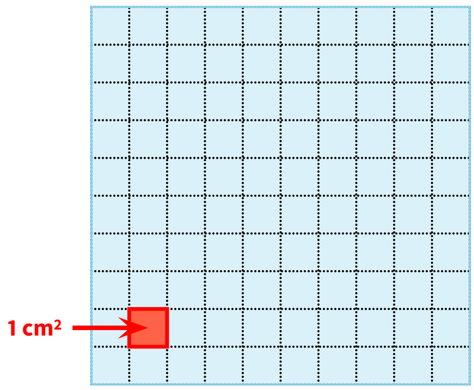
$\mathscr{A}_1 = \pi \times R \times R$ $\longleftarrow$ *on recopie la formule*
$\mathscr{A}_1 = \pi \times 3 \times 3$ $\longleftarrow$ *on remplace par le rayon*
$\mathscr{A}_1 = 9\pi$ $\longleftarrow$ *on tape la calcul à la calculatrice et on écrit ce qu'elle affiche*
$\mathscr{A}_1 \approx 28{,}\underline{3}\,cm^2$ $\longleftarrow$ *on appuie sur* S⇔D *, on arrondit et on écrit le résultat (sans oublier l'unité)*

Pour l'autre disque, attention à bien déterminer le rayon avant : $R = D \div 2 = 2 \div 2 = 1$ *km, donc* $\mathscr{A}_2 = \pi \times R \times R = \pi \times 1 \times 1 = \pi\ km^2 \approx 3{,}1\ cm^2$.

Oral : –	**En classe :** **12 p. 131 + 48 p. 136**	**À la maison :** **49, 50, 51 p. 136**

III — Conversions d'aires

On considère la figure suivante (réalisée à l'échelle 1 :2, voir chapitre n° 19 page 55 pour le mot « échelle ») :



L'aire du grand carré bleu est de 1 dm² (car c'est un carré de 1 dm de côté), mais aussi 100 cm² (grâce au quadrillage tous les cm). Autrement dit : **1 dm² = 100 cm²**.
De la même manière, on aura aussi : **1 m² = 100 dm²** ; **1 dam² = 100 m²** ; etc.

Remarque

N'oublions pas les unités spéciales d'aires qui existent surtout en agriculture : l'<u>**are**</u> (**1 a = 1 dam² = 100 m²**) et l'<u>**hectare**</u> (**1 ha = 1 hm² = 100 a = 10 000 m²**).

■ **Exercice :** Combien y a-t-il de mm² (donc de tous petits carrés de côté 1 mm) dans le carré rouge ? dans le carré bleu ?

<u>Solution</u> : La carré rouge est un carré de 1 cm = 10 mm de côté. Il contient donc 10 lignes de 10 petits carrés d'1 mm de coté chacune, donc 100 mm² : <u>**1 cm² = 100 mm²**</u>.

Le carré bleu contient 100 carrés rouges qui font chacun 100 mm², donc le carré bleu fait 100 × 100 = 10 000 mm². On a donc : <u>**1 dm² = 10 000 mm²**</u>.

Les changements d'unités d'aire pourront donc se faire comme pour les longueurs, à la différence que chaque unité sera divisée en deux colonnes :

km²		hm²		dam²		m²		dm²		cm²		mm²	
									1	0	0		
							1	0	0				
			0	0	3	1	4	1	0				
							1,	6	2	0	0		

On lit dans ce tableau que 1 dm² $=$ 100 cm² ; 1 m² $=$ 100 dm². L'aire dans la dernière ligne peut s'écrire :

314,1 m² ou 31 410 dm² ou 3 141 000 cm², ou encore 3,141 dam² ou 0,031 41 hm².

La dernière ligne sera utilisée pour nous aider à répondre au premier piège sur les aires (voir chapitre n° 10, paragraphe IV à la p. 53).

ATTENTION !!!

- **En déplaçant la virgule, il faut toujours qu'elle arrive *à la fin* de la colonne de l'unité à atteindre !**

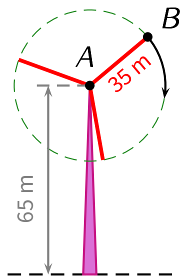
Oral : 27 p. 134	En classe : 8 p. 131 + 45 p. 136	À la maison : 9, 10, 11 p. 131 + 46, 47 p. 136

IV — Pièges

■ **Exercice :** Une table rectangulaire a une largeur de 90 cm et une longueur de 1,80 m. Combien mesure sa surface, en cm² puis en m² ?

Solution : Piège → garder les unités actuelles et faire $90 \times 1{,}8 = 162$!
Réponse → 16 200 cm² ou 1,62 m².

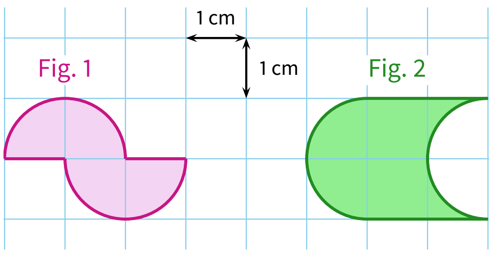
■ **Exercice :** Voici le schéma d'une éolienne.



1. Quelle distance va parcourir une mouche collée au point B ?
2. Quelle est la surface d'air balayée par la pale $[AB]$ en un tour ?

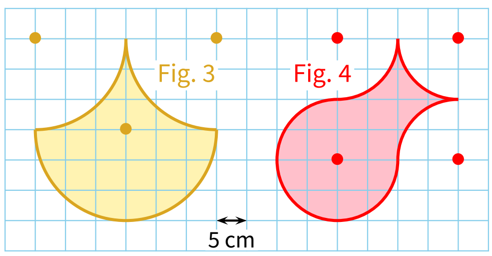
Solution :
Piège → avoir oublié la notion de périmètre et oublier de mettre les phrases de conclusion…
Réponses → 1. environ 219,8 m   2. environ 3 846,5 m².

■ **Exercice :** Calculer l'aire et le périmètre des figures suivantes, arrondies si nécessaire au centième.



Solution :
Piège → ne pas « décomposer » la figure pour les périmètres.
Réponse → $\mathscr{A}_1 \approx 3{,}14$ cm², $\mathscr{P}_1 \approx 8{,}28$ cm ; $\mathscr{A}_2 = 4$ cm² et $\mathscr{P}_2 \approx 10{,}28$ cm.

■ **Exercice :** Calculer l'aire et le périmètre des figures suivantes, arrondies si nécessaire au centième (les centres des arcs de cercle ont été matérialisés par des •).



Solution :
Piège → ici, un carreau fait 5 cm de coté…
Réponses → $\mathscr{A}_3 \approx 450$ cm², $\mathscr{P}_3 \approx 94{,}2$ cm ; $\mathscr{A}_4 = 400$ cm² et $\mathscr{P}_4 = 6 \times \dfrac{2 \times \pi \times 10}{4} = 30\pi \approx 94{,}25$ cm.

Oral : —	En classe : —	À la maison : 37 p. 135 (calculer périmètre ET aire)

Problème ouvert : 91 p. 141 / Tâche complexe : 100 p. 143