# Division décimale

Chapitre 15

## I — Définitions et rappels

**Définitions**

**Lorsqu'on divise deux nombres (donc quand on cherche combien de fois on peut mettre *exactement* un nombre dans un autre), on calcule une division décimale. Son résultat s'appelle un quotient. Les deux nombres utilisés dans la division sont appelés dividende (c'est celui que l'on divise) et diviseur (c'est celui par lequel on divise).**

**En fait, la division décimale correspond simplement à la division *avec* virgule.**

*Exemples :*

- *Dans* $100$, *on peut mettre exactement* $4$ *fois le nombre* $25$ *:* $100 \div 25 = 4$.
- *Dans* $11$, *on peut mettre exactement 2,75 fois le nombre* $4$ *:* $11 \div 4 = 2{,}75$. *Si l'on avait voulu faire une division euclidienne, on aurait dit qu'on peut mettre 2 fois le nombre 4 et il reste 3 :* $11 = 2 \times 4 + 3$.
- *Dans* $10{,}5$, *on peut mettre exactement 3,5 fois le nombre* $3$ *:* $10{,}5 \div 3 = 3{,}5$. *Peut-on ici faire la division euclidienne ?*

$$\begin{array}{rr|l}
 & 10{,}5 & 3 \\ \cline{3-3}
- & 9 & 3{,}5 \\ \cline{2-2}
 & 1\,5 & \\
- & 1\,5 & \\ \cline{2-2}
 & 0 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rr|l}
 & 11 & 4 \\ \cline{3-3}
- & 8 & 2{,}7\,5 \\ \cline{2-2}
 & 3\,0 & \\
- & 2\,8 & \\ \cline{2-2}
 & 2\,0 & \\
- & 2\,0 & \\ \cline{2-2}
 & 0 &
\end{array}$$

**Remarque**

Dans un problème, il faudra donc que la division soit posée pour justifier le calcul, et il ne faudra pas oublier la phrase de conclusion.

**À la calculatrice**

- Pour faire une division classique, on appuie sur la touche [÷].
- La calculatrice essaye de toujours donner le résultat sans virgule. Si elle affiche une fraction, il faudra alors appuyer sur [S⇔D] pour obtenir le quotient décimal.
- RAPPEL : pour faire une division **euclidienne**, on tape à la place [SHIFT] [÷] : la calculatrice affichera donc le quotient et le reste !

**ATTENTION !!!**

**Dans une division, *on ne peut pas échanger le dividende et le diviseur* afin de diviser le plus grand nombre par le plus petit : en effet, $4 \div 2 = 2$, mais $2 \div 4 = 0{,}5$ (voir au paragraphe suivant pour cette division) ! ! Il ne faut pas hésiter à utiliser la calculatrice pour vérifier le résultat !**

| **Oral :** 13, 14, 15, 19, 21, 22, 23 p. 50 | **En classe :** 35 p. 51 + 4 p. 47 | **À la maison :** 33 p. 51 + 29, 30, 40 p. 51 |
| --- | --- | --- |

## II — Poser une division décimale

### 1. La division s'arrête

Pour diviser par exemple 14,55 par 6, la méthode est la même que pour une division sans virgule, à une exception près : **dès que l'on abaisse le premier chiffre après la virgule du dividende (même si c'est un zéro inutile), il faut placer une virgule au quotient**. S'il n'y a plus de chiffres à abaisser, on continue avec des zéros inutiles jusqu'à ce qu'on tombe sur un reste nul.

$$\begin{array}{r|l}
14{,}55 & 6 \\ \hline
-12\phantom{,55} & 2{,}425 \\
25\phantom{5} & \\
-24\phantom{5} & \\
15 & \\
-12 & \\
30 & \\
-30 & \\
0 &
\end{array}$$

Donc $14{,}55 \div 6 = 2{,}425$.

| Oral : 25, 26 p. 51 | En classe : 7 p. 49 + 50, 51 p. 52 | À la maison : 8, 9 p. 49 + 56, 58, 60 p. 53 |
|---|---|---|

### 2. La division ne s'arrête pas

Ce n'est pas beaucoup plus compliqué qu'une division décimale qui s'arrête, mais il faut être bien concentré... Il faut déjà avoir abaissé tous les chiffres au minimum, et on fait ça dans la couleur habituelle (bleue sur le papier et noir dans ce cours), ce n'est qu'à partir du moment où on est obligé de baisser des zéros inutiles que ça devient intéressant !

**À partir de ce moment-là seulement**, on change de couleur (le vert) et on s'arrête lorsqu'on tombe sur un reste déjà rencontré dans cette nouvelle couleur (ici 20) : tous les chiffres suivants se déduisent donc par simple répétition !

On a continué ici un rang supplémentaire dans une troisième couleur (le rouge) pour bien montrer que le chiffre suivant au quotient est le même que le premier écrit en vert. Il n'est donc pas utile de continuer...

$$\begin{array}{r|l}
123{,}4 & 7 \\ \hline
-7\phantom{3,4} & 17{,}62857142 \\
53 & \\
-49 & \\
44 & \\
-42 & \\
20 & \\
-14 & \\
60 & \\
-56 & \\
40 & \\
-35 & \\
50 & \\
-49 & \\
10 & \\
-7 & \\
30 & \\
-28 & \\
20 & \\
-14 & \\
6 &
\end{array}$$

Donc $123{,}4 \div 7 = 17{,}6\,285714\,285714\ldots$

**ATTENTION !!!**

**La calculatrice n'a pas une place d'affichage illimitée, elle ne peut afficher qu'un certain nombre de chiffres. Par conséquent, elle arrondira nécessairement le dernier, donc attention aux pièges !**

■ **EXERCICE :**

◇ Quel est le 8ᵉ chiffre après la virgule de $300 \div 3$ ?

◇ Quel est le 2 019ᵉ chiffre la virgule de $2\,019 \div 7$ ?

Solution :

◇ Attention donc, car la calculatrice arrondit le dernier chiffre : il s'agit en réalité d'un 7 et non d'un 8 !

◇ Les chiffres 428571 se répètent indéfiniment : le chiffre dont le rang est un multiple de 6 est donc toujours 1.
Or $2\,019 = 6 \times 336 + 3$, le 2 019ᵉ chiffre après la virgule sera donc un 8.

On peut bien sur donner un résultat arrondi (voir chapitre n° 9 page 19), surtout si c'est demandé dans l'énoncé :

| $123{,}4 \div 7 \approx 1\underline{8}$ | $123{,}4 \div 7 \approx 17{,}\underline{6}$ | $123{,}4 \div 7 \approx 17{,}6\underline{3}$ | $123{,}4 \div 7 \approx 17{,}62\underline{9}$ |
|---|---|---|---|
| (arrondi à l'unité) | (arrondi au dixième) | (arrondi au centième) | (arrondi au millième) |

| En classe : Quel est le 20ᵉ chiffre après la virgule de $2\,019 \div 13$ ? | À la maison : Quel est le 10ᵉ chiffre après la virgule de $20{,}5 \div 7$ ? |
|---|---|

## III — Diviser par 10, 100 ou 1 000

Ces propriétés font écho à celles rencontrées pour la multiplication dans le chapitre n° 7 à la page 31 :

**Propriétés**

Diviser par :

- 10 revient à déplacer la virgule d'un rang *vers la gauche*.
- 100 revient à déplacer la virgule de deux rangs *vers la gauche*.
- 1 000 revient à déplacer la virgule de trois rangs *vers la gauche*.

■ **Exercice :** Quel est le mot qui a changé par rapport aux mêmes propriétés appliquées à la multiplication ?

Solution : Le mot « droite » a été remplacé par « gauche ».

*Exemples :*

| | | |
|---|---|---|
| $201\,900 \div 100 = 2\,019$ | $2\,020 \div 10 = 202$ | $2\,019 \div 1\,000 = 2{,}019$ |
| $201{,}9 \div 100 = 2{,}019$ | $1{,}234 \div 10 = 0{,}123\,4$ | $0{,}93 \div 1000 = 0{,}000\,93$ |

| Oral : | En classe : | À la maison : |
|---|---|---|
| 27 p. 50 | 63 p. 53 | 64, 66 p. 53 |

Problème ouvert : 94 p. 57 / Tâche complexe : 107 p. 59