

FRACTIONS (PARTIE 2)

I – Fraction et quotient



Propriété (rappel)

Une fraction est avant tout une division ! Ceci signifie qu'une fraction n'est finalement rien d'autre qu'un nombre que l'on calcule en effectuant le *quotient* du numérateur par le dénominateur.

Exemples :

◇ La fraction $\frac{3}{5}$ peut s'écrire sous la forme d'un quotient $3 \div 5$ et vaut donc 0,6.

◇ Le quotient de 3 par 4 s'écrit évidemment $3 \div 4$, mais peut aussi s'écrire $\frac{3}{4}$. Après calcul, on trouve donc que le quotient vaut $\frac{3}{4} = 0,75$.



Remarques

- Certaines fractions ont une écriture décimale exacte : $\frac{3}{4} = 0,75$; $\frac{1}{2} = 0,5$; $\frac{3}{5} = 0,6$; ...
- D'autres fractions n'admettent pas d'écriture décimale exacte (car la division ne s'arrête pas, voir au chapitre n° 15, p. 41), il faut alors obligatoirement arrondir : $\frac{1}{3} \approx 0,33$; $\frac{6}{7} \approx 0,8\bar{6}$; ...
- RAPPEL (chapitre n° 5) : Tous les nombres décimaux peuvent s'écrire sous forme d'une fraction (au minimum décimale) :

$$3,8 = \frac{38}{100} ; 20,16 = \frac{2016}{100} ; 1,001 = \frac{1001}{1000} ; \dots$$

Oral :
16, 19 p. 66

En classe :
36 p. 68

À la maison :
37, 38 p. 68

II – Produit d'une fraction par un nombre



Propriété

$$b \times \frac{a}{c} = \frac{a}{c} \times b = \frac{a \times b}{c}$$

De plus, le mot français « de » se traduit mathématiquement par un « × ».



Remarque

Cette propriété sera énormément utilisée dans la résolution de problèmes.

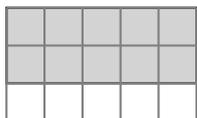
Exemples :

◇ Les $\frac{2}{3}$ de 60 € représentent donc $\frac{2}{3} \times 60 = \frac{2 \times 60}{3} = \frac{120}{3} = 40$ €.

◇ Un professeur a fait un contrôle qui a duré les $\frac{3}{8}$ de l'heure. Cela représente donc $\frac{3}{8} \times 60 \text{ min} = \frac{3 \times 60}{8} = \frac{180}{8} = 22,5 \text{ min}$, soit 22 min et 30 s.

■ **EXERCICE** : Représenter une tablette de chocolat par un rectangle de 15 morceaux, et colorier les $\frac{2}{3}$ qu'Adam a mangés. Sachant que cette tablette avait une masse de 90 g, quelle masse a-t-il mangée ?

Solution : Pour dessiner la tablette, on fait 3 lignes de 5 carreaux chacune (car $3 \times 5 = 15$) :



On cherche à calculer les $\frac{2}{3}$ de 90 g : grâce à la propriété, c'est donc $\frac{2}{3} \times 90 = \frac{2 \times 90}{3} = \frac{180}{3} = 180 \div 3 = 60$ g. Ce sont donc 60 g de la tablette qui ont été mangés par Adam.

On aurait aussi pu faire $90 \div 15 = 6$ g pour un carreau, et donc $6 \times 10 = 60$ g. Cette technique s'appelle le **passage à l'unité** et s'appuie ici sur le dessin pour justifier que $\frac{2}{3}$ de la tablette représentent 10 carreaux !

Exemples :

◇ Un devoir surprise a duré les $\frac{2}{5}$ de l'heure de maths, c'est-à-dire 24 minutes.

Solution : En effet, $\frac{2}{5} \times 60 \text{ min} = \frac{2 \times 60}{5} = \frac{120}{5} = 120 \div 5 = 24 \text{ minutes}$.

◇ Un article coûte 28 €. En raison d'un défaut, il est vendu à $\frac{2}{7}$ de son prix, donc 8 €.

Solution : En effet, $\frac{2}{7} \times 28 \text{ €} = \frac{2 \times 28}{7} = \frac{56}{7} = 56 \div 7 = 8 \text{ €}$.

◇ Lors d'une épreuve où 104 sportifs étaient inscrits, $\frac{3}{8}$ d'entre eux étaient des femmes. Il y avait donc 65 hommes.

Solution : En effet, $\frac{3}{8} \times 104 \text{ €} = \frac{3 \times 104}{8} = \frac{312}{8} = 312 \div 8 = 39 \text{ femmes}$, et par conséquent $104 - 39 = 65 \text{ hommes}$.



À la calculatrice



Pour calculer une fraction d'une quantité, par exemple $\frac{3}{8} \times 20$, on fait : 

La calculatrice affiche alors $\frac{15}{2}$. C'est en appuyant sur  que l'on obtient alors 7,5.

Oral :
15, 22 p. 66

En classe :
7 p. 65 + 56, 59 p. 69

À la maison :
8, 9, 10 p. 65 + 57, 58, 60 p. 69

III – Calcul d'un pourcentage



Définition

Sur un pot de compote, on lit « 70% de fruits » (70 **pourcent**). Cela signifie qu'il y a 70 g de fruits pour 100 g de compote. Il s'agit d'une situation de proportionnalité car si le pot de compote pèse 200 g, on sait qu'il y aura 140 g de fruits ($\times 2$).



Propriété

L'expression française « $p\%$ de x » se traduit mathématiquement par le calcul :

$$\frac{p}{100} \times x.$$

■ **EXERCICE** : Pour un pot de compote de 125 g, quelle sera la quantité de fruits ?

Solution : Il s'agit de calculer « 70% de 125 g ». En appliquant la formule ci-dessus, on trouve alors :

$$\frac{70}{100} \times 125 = 0,7 \times 125 = 87,5.$$

Dans un pot de 125 g de compote, il y a donc 87,5 g de fruits.

■ **EXERCICE** : Lors des soldes d'hiver, un manteau affiché à 199 € porte une étiquette « -30% ». Calcule son prix pendant les soldes.

Solution : Il faut d'abord calculer la réduction :

$$\frac{30}{100} \times 199 = 0,3 \times 199 = 59,7(0) \text{ €}.$$

Il faut maintenant encore déduire cette réduction du prix initial : $199 - 59,7 = 139,3$.

Le manteau coûte donc 139,30 € pendant les soldes d'hiver.

Oral :
29 p. 84

En classe :
6, 10 p. 81

À la maison :
7, 8, 9, 11 p. 81 + 53, 54 p. 87

Tâches complexes : 95 p. 75, 104 p. 93
