

NOTIONS DE FONCTION

I – Représentations d'une fonction

Définition

Une **fonction** est un procédé qui transforme un nombre en un autre nombre :

nombre quelconque \longrightarrow **fonction** \longrightarrow un unique nombre

Une fonction peut être représentée de différentes manières : *une expression, un tableau ou une courbe.*

Exemples :

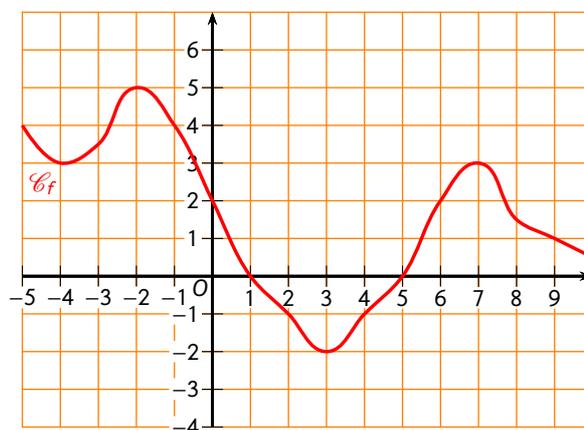
Fonctions définies par une expression :

- $f(x) = 5x^2 + 3x + 9$
- $g(x) = 9x - \sqrt{2}$
- $h(x) = \frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{7}$

Fonction définie par un tableau :

| | | | | | | |
|--------|----|----|---|---|----|----|
| x | -4 | -2 | 0 | 1 | 2 | 10 |
| $f(x)$ | 9 | 5 | 1 | 0 | -3 | 1 |

Fonction définie par une courbe :



Notation

Il existe deux notations possibles pour une fonction définie par une expression :

$f(x) = 3x^2 + 5x + 6$ peut également se noter $f : x \mapsto 3x^2 + 5x + 6$.

Le nombre mis "dans la machine" (donc x s'appelle l'antécédent, et le nombre qui ressort (ici $3x^2 + 5x + 6$) est appelé image de x .

Oral :
4, 5, 6 p. 86

En classe :
14 p. 87

À la maison :
15, 16, 17, 18 p. 87

II – Calcul/lecture d'images

Définition

L'image d'un nombre x par une fonction est le nombre qui ressort de la fonction après avoir mis le nombre x à l'intérieur (voir le schéma ci-dessus).

L'image d'un nombre est unique!

1. Fonctions définies par un tableau



Méthode (LIRE UNE IMAGE DANS UN TABLEAU)

Puisqu'on demande de déterminer l'image d'un nombre, ce nombre est forcément un antécédent. Par conséquent :

1. On cherche ce nombre sur la ligne des antécédents : ligne des x .
2. L'image recherchée se lit dans la même colonne que le nombre, à la ligne des images : ligne des $f(x)$. Le plus souvent, c'est la case juste en-dessous...

Exemple : On considère la fonction h définie par :

| | | | | | | | | | | | | |
|--------|-----|----|----|----|------|---|---|-----|----|---|----|------|
| x | -10 | -6 | -5 | -2 | -0,5 | 0 | 1 | 2 | 7 | 8 | 10 | 12,5 |
| $h(x)$ | 7 | -1 | -8 | -5 | 0 | 5 | 7 | 1,5 | -5 | 7 | 11 | 12,5 |

Question : déterminer l'image de 8 par h .

Réponse :

| | | | | | | | | | | | | |
|--------|-----|----|----|----|------|---|---|-----|----|---|----|------|
| x | -10 | -6 | -5 | -2 | -0,5 | 0 | 1 | 2 | 7 | 8 | 10 | 12,5 |
| $h(x)$ | 7 | -1 | -8 | -5 | 0 | 5 | 7 | 1,5 | -5 | 7 | 11 | 12,5 |

On cherche quand x vaut 8

L'image est la valeur correspondante

L'image de 8 par h est 7.

2. Fonctions définies par une courbe

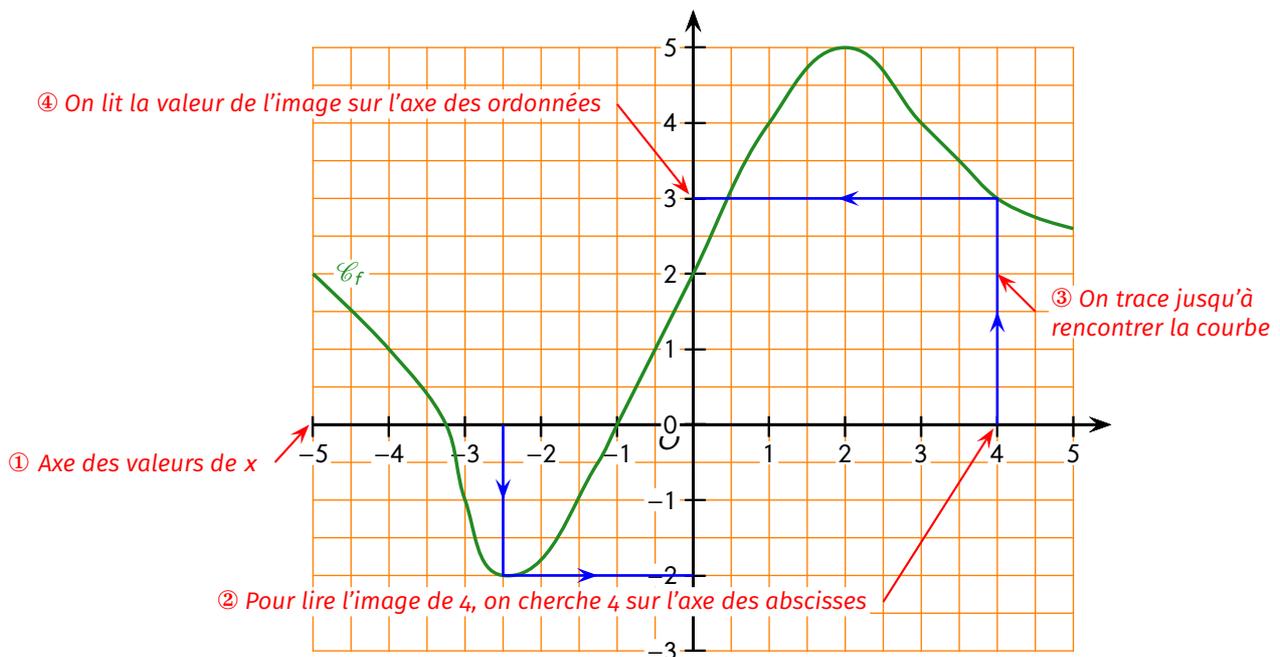


Méthode (LIRE GRAPHIQUEMENT UNE IMAGE)

Puisqu'on demande de déterminer l'image d'un nombre, ce nombre est forcément un antécédent. Par conséquent :

1. On cherche ce nombre sur l'axe des antécédents (abscisses).
2. On trace un trait qui monte/descend jusqu'à rencontrer la courbe en un point.
3. On projette ce point sur l'axe des ordonnées où l'on lit la valeur recherchée de l'image.

Exemple : On considère la fonction f définie par la courbe suivante, déterminer l'image de 4, puis 2,5 par f .



Par lecture graphique, on détermine donc que l'image de 4 par f est 3, et que l'image de $-2,5$ par f est -2 .

Oral :
7 p. 86

En classe :
2ab, 3a p. 85 + 30ab p. 89

À la maison :
24 (1.2.), 25a, 26 (1.2a) p. 88 + 31a, 32 (1ab.2) p. 89

3. Fonctions définies par une expression



Méthode (CALCULER UNE IMAGE)

Puisqu'on demande de déterminer l'image d'un nombre, ce nombre est forcément un antécédent. Par conséquent, il suffit de remplacer x par ce nombre dans l'expression de la fonction et de calculer (substitution).

Exemple 1 : Question : calculer l'image de 5 par la fonction $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$.

Réponse :

$$f(5) = 3 \times 5^2 - 2 \times 5 + 1 = 66.$$

L'image de 5 par f revient à calculer $f(5)$ On remplace x par 5 dans l'expression de f

L'image de 5 par f est 66.

Exemple 2 : Question : calculer l'image de -2 par la fonction $g : x \mapsto x^2 - 7$.

Réponse : $g(-2) = (-2)^2 - 7 = -3$. Donc l'image de -2 par g est -3 .

Oral :

–

En classe :

34, 39 p. 89 + 41ab p. 90

À la maison :

33, 40 p. 89 + 42, 43a p. 90

III – Calcul/lecture d'antécédents



Définition

Le ou les **antécédent(s)** d'un nombre y par une fonction sont donc les nombres qui, mis à l'intérieur de la machine, permettent d'obtenir y comme résultat à la sortie.

Un nombre peut donc admettre 0, 1 ou plusieurs antécédents...

1. Fonctions définies par un tableau



Méthode (LIRE UN ANTÉCÉDENT DANS UN TABLEAU)

Puisqu'on demande de déterminer l'antécédent d'un nombre, ce nombre est forcément une image. Par conséquent :

1. On cherche ce nombre sur la ligne des images : ligne des $f(x)$. Il peut apparaître plusieurs fois : il y aura alors autant d'antécédents!
2. Chaque antécédent recherché se lit dans la même colonne que le nombre, à la ligne des antécédents : ligne des x . Le plus souvent, c'est la case juste au-dessus...

Exemple : On considère la fonction h définie par

| | | | | | | | | | | | | |
|--------|-----|----|----|----|------|---|---|-----|----|---|----|------|
| x | -10 | -6 | -5 | -2 | -0,5 | 0 | 1 | 2 | 7 | 8 | 10 | 12,5 |
| $h(x)$ | 7 | -1 | -8 | -5 | 0 | 5 | 7 | 1,5 | -5 | 7 | 11 | 12,5 |

Question : déterminer les antécédents de 7 par h .

Réponse :

| | | | | | | | | | | | | |
|--------|-----|----|----|----|------|---|---|-----|----|---|----|------|
| x | -10 | -6 | -5 | -2 | -0,5 | 0 | 1 | 2 | 7 | 8 | 10 | 12,5 |
| $h(x)$ | 7 | -1 | -8 | -5 | 0 | 5 | 7 | 1,5 | -5 | 7 | 11 | 12,5 |

Les antécédents sont les valeurs de x associées à 7

Pour trouver l'antécédent de 7, on cherche quand la fonction vaut 7

Les antécédents de 7 par h sont -10, 1 et 8.

2. Fonctions définies par une courbe

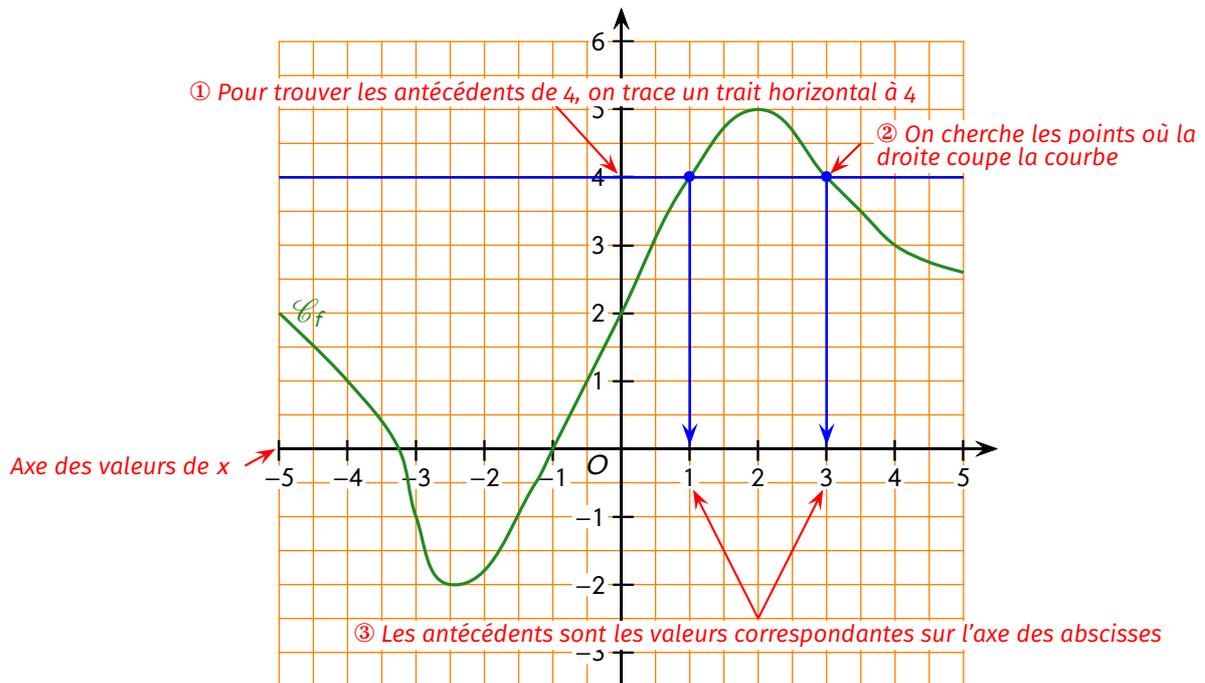


Méthode (LIRE GRAPHIQUEMENT UN ANTÉCÉDENT)

Puisqu'on demande de déterminer l'antécédent d'un nombre, ce nombre est forcément une image. Par conséquent :

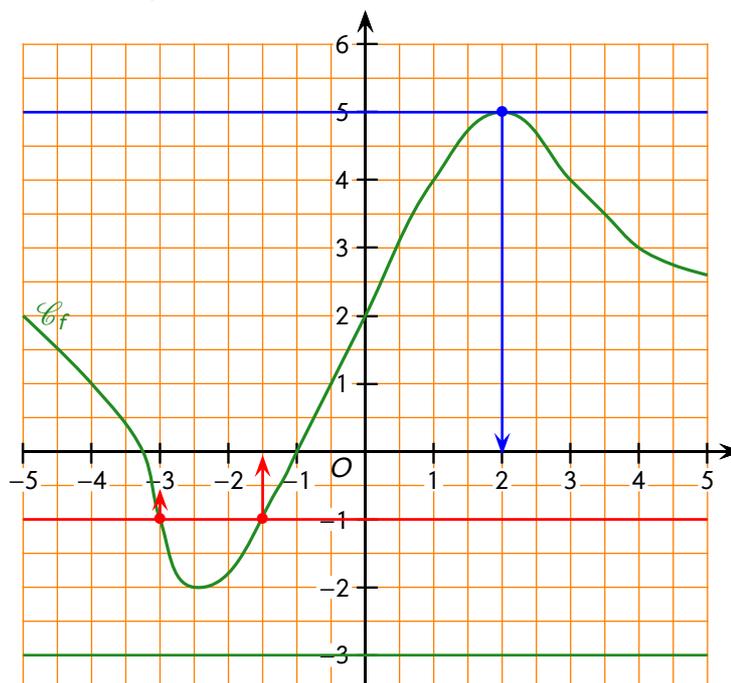
1. On cherche ce nombre sur l'axe des images (ordonnées).
2. On trace un trait horizontal qui traverse tout le graphique.
3. On marque chaque point d'intersection avec la courbe, s'ils existent (il peut en effet y en avoir 0, 1 mais aussi plusieurs).
4. On projette chaque point d'intersection sur l'axe des abscisses où l'on lit la valeur recherchée de l'antécédent. Il y a autant d'antécédents que de points d'intersection.

Exemple 1 : On considère la fonction f définie par la courbe suivante, on cherche les antécédents de 4 par f .



Les antécédents de 4 par f sont 1 et 3.

Exemple 2 : On considère la fonction f définie par la courbe suivante :



Questions :

Réponses :

- Déterminer l'antécédent de 5 par f L'antécédent de 5 par f est 2 (traits bleus).
- Déterminer les antécédents de -1 par f Les antécédents de -1 par f sont -3 et $-1, 5$ (traits rouge).
- Déterminer les antécédents de -3 par f -3 n'a pas d'antécédent par f (trait vert).

Oral :
8, 9 p. 86

En classe :
24 (3.4) p. 88 + 28 p. 88 + 44, 45 p. 90

À la maison :
25b, 26 (2b) p. 89 + 30c, 31 bcd, 32c p. 89 + 46 p. 90

3. Fonctions définies par une expression



Méthode (CALCULER LES ANTÉCÉDENTS D'UN NOMBRE)

Trouver les antécédents d'un nombre y revient à trouver les valeurs de x (antécédents) pour lesquelles la fonction vaut y (image). Il s'agit donc de résoudre l'équation « $f(x) = y$ ».

Exemple 1 :

Question : déterminer l'antécédent de 21 par $f(x) = 4x + 1$

Réponse :

On cherche x tel que :

On remplace $f(x)$ par son expression

$$\begin{aligned} f(x) &= 21 \\ 4x + 1 &= 21 \\ 4x + 1 &= 21 \\ 4x &= 20 \\ \frac{4x}{4} &= \frac{20}{4} \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Chercher l'antécédent de 21 revient à chercher quand la fonction vaut 21

On résout l'équation

L'antécédent de 21 par la fonction f est 5.

Exemple 2 :

Question : déterminer l'antécédent de 7 par $g : x \mapsto 2x + 4$

Réponse :

On cherche x tel que :

$$\begin{aligned} g(x) &= 7 \\ 2x + 4 &= 7 \\ 2x + 4 &= 7 \\ 2x &= 3 \\ \frac{2x}{2} &= \frac{3}{2} \\ x &= 1,5 \end{aligned}$$

L'antécédent de 7 par la fonction g est 1,5.

Oral :
10, 11, 12, 13 p. 86

En classe :
35 p. 89

À la maison :
36, 37bcd, 38c p. 89