

Devoir Surveillé n°2

Correction

Troisième
Calculs algébriques
 Durée 1 heure - Coeff. 4
 Noté sur 20 points

L'usage de la calculatrice est autorisé. La maîtrise de la langue et la présentation rapporteront 1 point

Exercice 1. Compléter sur cette feuille

4 points

A compléter sur cette feuille (1,5 point)

Factoriser les expressions suivantes :

$$\bullet \quad 3x + 9 = \underline{3(x+3)} \quad | \quad \bullet \quad 3x^2 + x = \underline{x(3x+1)} \quad | \quad \bullet \quad 6x^2 - 18x = \underline{6x(x-3)}$$

A compléter sur cette feuille (2,5 points)

Développer les expressions suivantes :

$$\begin{array}{l} \bullet \quad (1-5x)^2 = (1-5x)(1-5x) \\ \quad \quad \quad = \underline{1-10x+25x^2} \\ \bullet \quad (3x+1)(3x-1) = 9x^2 - 3x + 3x - 1 \\ \quad \quad \quad = \underline{9x^2 - 1} \end{array} \quad | \quad \begin{array}{l} \bullet \quad -3x(x-5) = \underline{-3x^2 + 15x} \\ \bullet \quad (5+2x)(5-2x) = 25 - 10x + 10x - 4x^2 \\ \quad \quad \quad = \underline{25 - 4x^2} \end{array}$$

Exercice 2. Un programme

5 points

1. Montrer que si on choisit 3 comme nombre de départ, les deux programmes donnent 25 comme résultat.

Programme A

Étape 1	3
Étape 2	$3 + 2 = 5$
Étape 3	$5^2 = 25$
Résultat	25

Programme B

Étape 1	3
Étape 2	$3 + 4 = 7$
Étape 3	$7 \times 3 = 21$
Étape 4	$21 + 4 = 25$
Résultat	25

2. Avec le programme A, quel nombre faut-il choisir au départ pour que le résultat obtenu soit 0 ?

On va faire tourner le programme A avec x comme nombre de départ et résoudre une équation.

Programme A

Étape 1	x
Étape 2	$x + 2$
Étape 3	$(x + 2)^2$

Pour obtenir 0, il faut donc que $(x + 2)^2 = 0$ soit :

$$(x + 2)^2 = 0 \iff (x + 2) = 0 \iff x = -2$$

L'unique solution possible est alors $x = -2$

Remarque : on pouvait aussi faire tourner le programme à l'envers.

3. Blondel prétend que, pour n'importe quel nombre de départ, ces deux programmes donnent le même résultat. A-t-elle raison ?

On va faire tourner le programme B avec x comme nombre de départ.

Programme B

Étape 1	x
Étape 2	$x + 4$
Étape 3	$(x + 4) \times x$
Étape 4	$(x + 4) \times x + 4$

On va maintenant développer les deux résultats obtenus pour chacun des programmes :

- **Programme A** : $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$;
- **Programme B** : $(x + 4) \times x + 4 = x^2 + 4x + 4$;

Les deux résultats sont bien identiques pour tout nombre x . Blondel a raison.

Exercice 3. Choisir une forme adaptée de $C(x)$ **5 points**

On considère l'expression : $C(x) = (x + 1)(2 - x) - 2(x + 1)(2x + 3)$.

1. Montrer à l'aide d'un développement que $C(x) = -5x^2 - 9x - 4$.

$$\begin{aligned} C(x) &= (x + 1)(2 - x) - 2(x + 1)(2x + 3) \\ &= 2x - x^2 + 2 - x - 2(2x^2 + 3x + 2x + 3) \\ &= -x^2 + x + 2 - 4x^2 - 6x - 4x - 6 \\ C(x) &= \underline{-5x^2 - 9x - 4} \end{aligned}$$

2. Montrer à l'aide d'une factorisation que $C(x) = (x + 1)(-5x - 4)$.

$$\begin{aligned} C(x) &= (x + 1) \times (2 - x) - 2 \times (x + 1) \times (2x + 3) \\ &= (x + 1) \left[(2 - x) - 2(2x + 3) \right] \\ &= (x + 1) \left[2 - x - 4x - 6 \right] \\ C(x) &= \underline{(x + 1)(-5x - 4)} \end{aligned}$$

3. Calculer $C(x)$ en remplaçant x par (-1) .

En utilisant la forme factorisée on obtient facilement :

$$\begin{aligned} C(x) &= (x + 1)(-5x - 4) \\ C(-1) &= \underbrace{(-1 + 1)}_0 \left(-5 \times (-1) - 4 \right) \\ &= \boxed{C(-1) = 0} \end{aligned}$$

Exercice 4. Tableur**3 points**

Aux États-Unis, la température se mesure en degré Fahrenheit [en °F]. En France, elle se mesure en degré Celsius [en °C]. Pour faire les conversions d'une unité à l'autre, on a utilisé un tableur.

1. Quelle température en °F correspond à une température de 20°C ?

La ligne 8 du tableur indique qu'une température de 20°C correspond à une température de 68°F.

2. Quelle température en °C correspond à une température de 41°F ?

La ligne 5 du tableur indique qu'une température de 41°F correspond à une température de 5°C.

3. Pour convertir la température de °C en °F, il faut multiplier la température en °C par 1,8 puis ajouter 32. On a écrit une formule en B3 puis on l'a recopiée. Quelle formule a-t-on pu saisir dans la cellule B3 ?

Dans la cellule B3 on a écrit la formule : $\boxed{= A3 * 1.8 + 32}$.

4. Quelle température en °F correspond à une température de 30 °C ?

Pour convertir la température de °C en °F, il faut multiplier la température en °C par 1,8 puis ajouter 32.

Donc 30°C correspond à :

$$30 \times 1,8 + 32 = \underline{86°F}$$

	A	B
1	Conversions	
2	Température en °C	Température en °F
3	-5	23
4	0	32
5	5	41
6	10	50
7	15	59
8	20	68
9	25	77

Exercice 5. Pairs et impairs**2 point**

Que pensez-vous de l'affirmation suivante de Stanislas ?

Affirmation 1

« La somme d'un nombre pair et d'un nombre multiple de 6 est un nombre pair ».

- Un nombre pair s'écrit sous la forme deux fois un entier naturel, donc $2n$ avec n entier naturel.
- Un nombre multiple de 6 s'écrit sous la forme six fois un entier naturel, donc $6p$ avec p entier naturel.
- La somme d'un nombre pair et d'un nombre multiple de 6 est un nombre pair s'écrit donc sous la forme :

$$2n + 6p = 2 \times \underbrace{(n + 3p)}_{\text{entier}}$$

La somme s'écrit bien sous la forme deux fois un entier et est donc paire. L'affirmation est donc vraie.

∞ Fin du devoir ∞

Bonus

Factoriser l'expression :

$$G(x) = 2x - 4 - 3(7 - 3x)(x - 2)$$

**Preuve**

$$\begin{aligned} G(x) &= 2x - 4 - 3(7 - 3x)(x - 2) \\ G(x) &= 2(x - 2) - 3(7 - 3x)(x - 2) \\ &= (x - 2)[2 - 3(7 - 3x)] \\ &= (x - 2)[2 - 21 + 9x] \\ G(x) &= \underline{(x - 2)(9x - 19)} \end{aligned}$$