

نظيقات: الحركات المثنوية

I - حركة قذيفة في مجال الثقالة

نسمي قذيفة كل جسم تم إرساله من سطح الأرض بسرعة بدئية \vec{v}_0 على أن يبقى قريبا من سطح الأرض .

خلال هذه الدراسة ، نهمل قوى الاحتكاك مع الهواء ، ونعتبر أن القذيفة خاضعة لوزنها فقط أي حركتها سقوط حر .

1 - متجهة التسارع

نرسل من نقطة O قذيفة (كرية) ذات كتلة m بسرعة بدئية \vec{v}_0 غيرإسوية أي أنها تكون زاوية α مع المستوى الأفقي Oxy ، نسمي الزاوية α بزاوية القذف. نعتبر أن مجال الثقالة منتظم . ندرس حركة القذيفة في مرجع أرضي نعتبره غاليليا ، بحيث نمعلم مواضع G مركز قصور القذيفة في كل لحظة بإحداثياتها في معلم متعامد وممنظم $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ مرتبط بالمرجع الأرضي . نطبق القانون الثاني لنيوتن :

تخضع القذيفة إلى وزنها فقط أي أن $\vec{P} = m \cdot \vec{a}_G$ ومنه $\vec{a}_G = \vec{g}$ (1)

إحداثيات \vec{a}_G في المعلم $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$:

على المحور (O, \vec{i}) لدينا $a_x = 0$

على المحور (O, \vec{j}) لدينا $a_y = 0$

على المحور (O, \vec{k}) لدينا $a_z = -g$

أي أن متجهة التسارع \vec{a}_G رأسية منحاهها من الأعلى نحو الأسفل ومنظمها يساوي عدديا منظم متجهة الثقالة \vec{g} .

2 - متجهة السرعة

لدينا حسب متجهة التسارع :

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = 0 \\ \frac{dv_z}{dt} = -g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x = C_1 \\ v_y = C_2 \\ v_z = -gt + C_3 \end{cases}$$

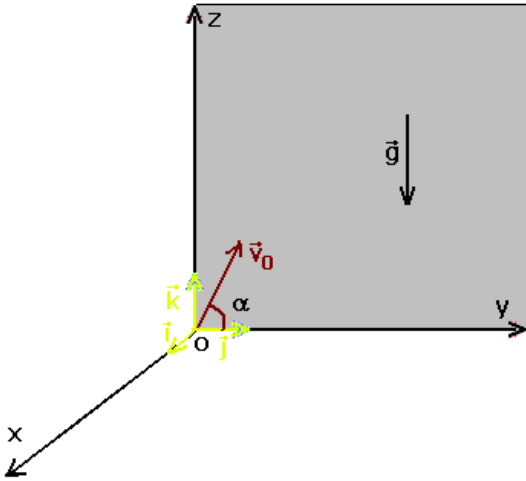
C_1, C_2, C_3 ثوابت تحدد انطلاقا من الشروط البدئية .

أن متجهة السرعة البدئية توجد في المستوى (Oyz)

عند اللحظة $t_0 = 0$ لدينا :

$$\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = 0 \\ v_{0y} = v_0 \cos \alpha \\ v_{0z} = v_0 \sin \alpha \end{cases} \text{ وبالتالي ستكون}$$

أي أن إحداثيات متجهة السرعة في المعلم $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ هي :



$$(2) \vec{v}_G \begin{cases} v_x = 0 \\ v_y = v_0 \cos \alpha \\ v_z = -gt + v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

3 _ المعادلات الزمنية للحركة :

لدينا :

$$\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = 0 \\ v_y = \frac{dy}{dt} = v_0 \cos \alpha \\ v_z = \frac{dz}{dt} = -gt + v_0 \sin \alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = C_4 \\ y = (v_0 \cos \alpha)t + C_5 \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin \alpha)t + C_6 \end{cases}$$

بحيث أن C_4, C_5, C_6 توابث يجب تحديدها انطلاقاً من الشروط البدئية أي أنه في اللحظة $t_0 = 0$ لدينا :

$$\begin{cases} C_4 = 0 \\ C_5 = 0 \\ C_6 = 0 \end{cases} \left. \begin{array}{l} \text{و بالتالي فإن } \overline{OG}_0 \\ \text{و بالتالي فإن } \overline{OG}_0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \end{array}$$

وبالتالي تكون إحداثيات النقطة G في اللحظة t في المعلم $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ هي كالتالي :

$$\overline{OG} \begin{cases} x = 0 \\ y = (v_0 \cos \alpha)t \quad (1) \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin \alpha)t \quad (2) \end{cases}$$

من خلال هذه المعادلات يتبين أن حركة G تتم في المستوى الرأسي (Oyz) نقول أن **الحركة**

مستوية

_ على المحور (O, \vec{j}) ، حركة G حركة مستقيمة منتظمة

_ على المحور (O, \vec{k}) ، حركة مستقيمة متغيرة بانتظام .

4 _ معادلة المسار

معادلة المسار هي العلاقة التي تجمع بين إحداثيات النقطة المتحركة G ونحصل عليها بإقصاء المتغير t

بين y و z .

من المعادلتين الزميتين (1) و (2) نحصل على :

$$y = (v_0 \cos \alpha)t \Rightarrow t = \frac{y}{v_0 \cos \alpha}$$

$$z = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin \alpha)t$$

أي أن معادلة المسار هي :

$$z = -\frac{g}{2v_0^2 \sin^2 \alpha} y^2 + y \tan \alpha$$

نستنتج أن مسار مركز قصور قذيفة في سقوط حر بسرعة بدئية \vec{v}_0 غير رأسية في مجال الثقالة

منتظم هو جزء من شلجم ينتمي إلى المستوى الرأسي الذي يحتوي على المتجهة \vec{v}_0 .

5 _ بعض مميزات المسار

أ_ **قمة المسار** : (la flèche) هي أعلى نقطة يصل إليها مركز قصور القذيفة .

عند وصول مركز قصور القذيفة إلى قمة المسار F تكون لدينا

$$\frac{dz}{dt} = 0 \text{ بالنسبة لـ } y = y_F$$

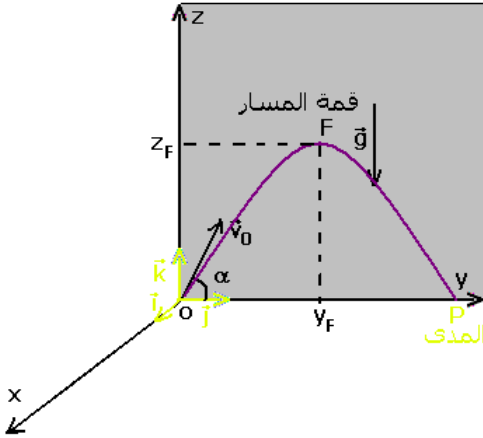
من خلال المعادلة (2) نحصل على :

$$\frac{dz}{dt} = -gt_F + v_0 \sin \alpha = 0 \Rightarrow t_F = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

نعوض t_F في المعادلة (1)

$$y_F = \frac{v_0^2 \cos \alpha \sin \alpha}{g} \Rightarrow y_F = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g}$$

$$z_F = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$



ملحوظة : نحصل على أقصى قيمة لقمة المسار إذا كان

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \text{ أي في حالة إرسال قذيفة رأسيا نحو الأعلى .}$$

ب - المدى *la portée*

هو المسافة بين الموضع G_0 لمركز قصور القذيفة لحظة انطلاقها والموضع P للنقطة G أثناء سقوط

القذيفة بحيث تنتمي P إلى المحور الأفقي الذي يشمل G_0 .

لتكن y_P و z_P إحداثيتا النقطة P ، لدينا : $z_P = 0$

أي أن

$$y_P \left(-\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} y_P + \tan \alpha \right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y_P = 0 \\ \text{ou} \\ y_P = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \end{cases}$$

II - حركة دقيقة مشحونة في مجال كهرساكن منتظم .

1 - المجال الكهرساكن

أ - المجال الكهرساكن المحدث من طرف شحنة نقطية

تحدث دقيقة مشحونة شحنتها q توجد في نقطة O من الفراغ ، مجالا كهرساكن في نقطة M متجهته

$\vec{E}(M)$ بحيث أن :

$$\vec{E}(M) = \frac{\vec{F}(M)}{q}$$

نعبر عن الشحنة q بالكولوم (C)

وعن F بالوحدة النيوتن N

وعن E شدة المجال الكهرساكن ب (N/C)

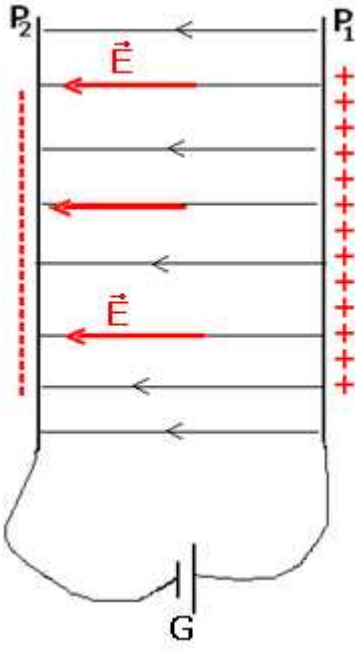
ملحوظة :

- $F = qE$ في حالة أن $q > 0$

- $F = |q|E$ في حالة $q < 0$

- يبرز وجود مجال كهرساكن في نقطة ما بوضع دقيقة مشحونة في تلك النقطة حيث تخضع إلى قوة كهرساكنة .

ب - خطوط المجال



نسمي خط المجال الكهرساكن كل منحني (أو مستقيم) تكون متجهة مجال الكهرساكن مماسة له في كل نقطة من نقطه .
ج - المجال الكهرساكن المنتظم

يكون المجال كهرساكن منتظما إذا كان لمتجهته \vec{E} ، في كل نقطة من نقطه ، نفس الاتجاه ونفس المنحى ونفس المنظم .
إذا كان المجال الكهرساكن منتظما تكون خطوط المجال عبارة عن مستقيمات متوازية .

يتحقق المجال الكهرساكن المنتظم بتطبيق توتر مستمر ثابت بين صفيحتين فليزيتين متوازيتين لهما أبعاد أكبر بكثير من المسافة d التي تفصلهما .

$$U = V_{P_1} - V_{P_2} > 0$$

عند تطبيق توتر كهربائي مستمر U على صفيحتين فليزيتين لهما أبعاد أكبر بكثير من المسافة d التي تفصلهما تكون متجهة المجال الكهرساكن \vec{E} ثابتة ، وعمودية على الصفيحتين ، وموجهة نحو الجهود التناقضية ومنظمها

$$\text{هو : } E = \frac{U}{d} \text{ بحيث أن :}$$

U التوتر المطبق بين الصفيحتين بالفولط (V)
d المسافة الفاصلة بين الصفيحتين .

E شدة المجال الكهرساكن نعبّر عنه V/m

2 - حركة دقيقة في مجال كهرساكن منتظم

نعتبر دقيقة مشحونة ، ذات كتلة m وشحنة q بحيث أن ($q < 0$) مثلا إلكترون ، توجد في مجال كهرساكن منتظم .

جرد القوى المطبقة على الدقيقة :

\vec{F} القوة الكهرساكنة بحيث أن $\vec{F} = q\vec{E}$ وإلى وزنها \vec{P} الذي نهمل شدته أمام F .

باعتبار مرجع أرضي كمرجع غاليليا نطبق القانون الثاني لنيوتن على الدقيقة أثناء حركتها في معلم مرتبط بالمرجع الأرضي :

$$\vec{F} = m\vec{a} \text{ حيث } \vec{a} \text{ متجهة تسارع الدقيقة .}$$

يتعلق مسار الدقيقة باتجاه \vec{v}_0 متجهة السرعة البدئية للدقيقة لحظة

دخولها المجال الكهرساكن المنتظم ، بالنسبة لاتجاه \vec{E} :

الحالة الأولى : \vec{v}_0 متوازية مع \vec{E}

تدخل دقيقة مشحونة ($q < 0$) المجال الكهرساكن \vec{E} في النقطة O في

اللحظة $t_0 = 0$ بالسرعة \vec{v}_0 متوازية مع \vec{E} .

$$\text{لدينا العلاقة : } \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m} \vec{E}$$

نسقط هذه العلاقة في المعلم المتعامد والممنظم المرتبط بالمرجع

الأرضي ، ($O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$) فنحصل على إحداثيات متجهة التسارع ومتجهة

السرعة ومتجهة الموضع ، باعتبار الشروط البدئية التالية :

$$\begin{cases} 0 \\ 0 \\ 0 \end{cases} \text{ و } \begin{cases} v_0 \\ 0 \\ 0 \end{cases}$$

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x_M = -\frac{1}{2} \frac{qE}{m} t^2 + v_0 t \\ y_M = 0 \\ z_M = 0 \end{cases} \quad \text{و} \quad \vec{v} \begin{cases} v_x = -\frac{qE}{m} t + v_0 \\ v_y = 0 \\ v_z = 0 \end{cases} \quad \text{و} \quad \vec{a} \begin{cases} a_x = -\frac{qE}{m} \\ a_y = 0 \\ a_z = 0 \end{cases}$$

نستنتج من خلال هذه المعادلات أنه ليست هناك حركة على المحورين (Oy) و (Oz) بل تتم حركة الدقيقة على المحور (Ox) وبالتالي فإن حركة الدقيقة على هذا المحور مستقيمة متغيرة بانتظام . هل هذه الحركة متسارعة أم متباطئة ؟

بتحديد الجداء السلمي التالي : $\vec{a} \cdot \vec{v} > 0$ وبالتالي فالحركة مستقيمة متسارعة .

حالة خاصة : مدفع الإلكترونات حيث تكون السرعة البدئية v_0 للإلكترون مهملة وتقارب الصفر .

في هذه الحالة تكون معادلات حركة الإلكترون هي :

$$x = \frac{eE}{2m} t^2 , \quad v_x = \frac{eE}{m} t , \quad a_x = \frac{eE}{m}$$

يمكن حساب السرعة التي تغادر بها الإلكترون الثقب T وذلك بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على الإلكترون بين O و T :

$${}^T_o \Delta E_C = W_{o \rightarrow T}(\vec{F}) \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = e U_{AC}$$

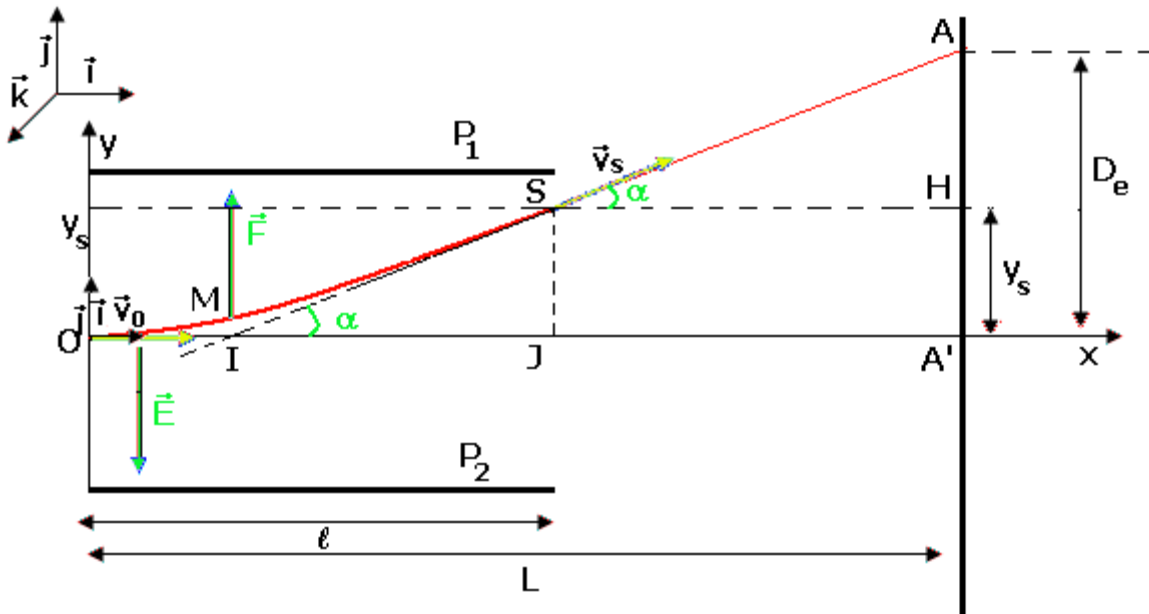
$$U_{AC} = E \cdot d \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = e E \cdot d$$

وبالتالي تكون سرعة الإلكترون هي : $v = \sqrt{\frac{2e \cdot E \cdot d}{m}}$ وتكون هذه السرعة جد عالية ونلاحظ أن هذه

السرعة تكبر كلما تزايدت شدة المجال الكهرساكن \vec{E} ، نقول أن المجال الكهرساكن يتصرف **كمسرع** **للدقيقة** .

الحالة الثانية : \vec{v}_0 عمودية على \vec{E}

تدخل دقيقة مشحونة ($q < 0$) في اللحظة $t_0 = 0$ بالسرعة \vec{v}_0 عمودية على متجهة المجال الكهرساكن المنتظم \vec{E} في النقطة O.



أ - متجهة التسارع :

متجهة التسارع للدقيقة في المجال \vec{E} هي : $\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$ في مرجع أرضي .

نسقط العلاقة في المعلم المتعامد والممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ حيث $\vec{E} = -E\vec{j}$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{qE}{m} \\ a_z = 0 \end{cases} \quad \vec{E} \begin{cases} a_x & \begin{cases} 0 \\ -E \\ 0 \end{cases} \\ a_y \\ a_z \end{cases}$$

ونستنتج من خلال القانون الثاني لنيوتن أن

ب - المعادلات الزمنية

باعتبار الشروط البدئية التالية :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = -\frac{qE}{m}t \\ v_z = 0 \end{cases} \quad \vec{v}_0 \begin{cases} v_0 \\ 0 \\ 0 \end{cases} \quad \text{و} \quad \overline{OM}_0 \begin{cases} 0 \\ 0 \\ 0 \end{cases}$$

وعلى المعادلات الزمنية نحصل على إحداثيات متجهة السرعة :

$$\overline{OM} \begin{cases} x = v_0 t \\ y = -\frac{qE}{m} t^2 \\ z = 0 \end{cases} \quad \text{في المعلم } (O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}) \text{ أي أن}$$

نستنتج أن حركة الدقيقة في مجال كهرساكن منتظم عمودي على متجهة السرعة البدئية \vec{v}_0 ، تتم في المستوى (Oxy) إذن فهي حركة مستوية .

على المحور (O, \vec{i}) حركة مستقيمة منتظمة

على المحور (O, \vec{j}) حركة مستقيمة متغيرة بانتظام .

ج - معادلة المسار ،

نحصل على معادلة المسار بإقصاء الزمن t بين المعادلتين الزميتين $x(t)$ و $y(t)$:

$$t = \frac{x}{v_0} \quad \text{في المعادلة الزمنية } y(t) \text{ لدينا : } y = -\frac{qE}{2mv_0^2} x^2 \quad \text{بحيث أن } q < 0 .$$

مسار الدقيقة المشحونة في مجال كهرساكن منتظم عمودي على متجهة السرعة البدئية \vec{v}_0 عبارة

عن جزء من شلجم .

د - سرعة الدقيقة لحظة خروجها من المجال الكهرساكن :

لدينا حسب الشكل أعلاه أن إحداثياتي S نقطة خروج الدقيقة من المجال الكهرساكن هما :

$$S \begin{cases} x_s = \ell \\ y_s = -\frac{qE}{2mv_0^2} \ell^2 \end{cases} \quad \text{وتوجد الدقيقة في النقطة } S \text{ عند اللحظة } t_s = \frac{\ell}{v_0} \text{ في المعادلات السرعة نحصل}$$

$$\vec{v}_s \begin{cases} v_{sx} = v_0 \\ v_{sy} = -\frac{qE}{m} \left(\frac{\ell}{v_0} \right) \end{cases} \quad \text{على :}$$

تكون المتجهة \vec{v}_s مع الاتجاه الأفقي زاوية α تسمى الانحراف الزاوي بحيث أن

$$\tan \alpha = \frac{v_{sy}}{v_{sx}} = -\frac{qE}{mv_0^2}$$

هـ - الانحراف الكهرساكن :

طبيعة حركة الدقيقة عند مغادرتها المجال الكهرساكن :

عند خروجها من المجال الكهرساكن فالقوى المطبقة عليها هي وزنها فقط وبإهماله ، حسب مبدأ القصور تكون حركة الدقيقة مستقيمة منتظمة سرعتها \vec{v}_s . فتصطدم بشاشة مستشعرة عمودية على المحور (O, \vec{i}) . نعطي $OA' = L$ المسافة الفاصلة بين الشاشة والنقطة 0 نقطة انطلاق الدقيقة

نسمي D_e الانحراف الكهربائي وهو المسافة بين النقطة A' نقطة اصطدام في غياب المجال

الكهرساكن و A نقطة اصطدام بوجود المجال الكهرساكن . من خلال الشكل لدينا :

$$D_e = y_s + (L - \ell) \tan \alpha \quad \text{بحيث أن } \tan \alpha = \frac{AH}{L - \ell} \quad \text{و } A'H = y_s \quad \text{أن } D_e = A'A = A'H + HA$$

حسب العلاقات السابقة لدينا :

$$D_e = -\left(L - \frac{\ell}{2}\right) \frac{qE\ell}{mdv_0^2} \quad \text{و } E = \frac{U}{d} \quad \text{وبما أن } D_e = -\left(L - \frac{\ell}{2}\right) \frac{qE\ell}{mdv_0^2}$$

$$K = -\left(L - \frac{\ell}{2}\right) \frac{q\ell}{mdv_0^2} \quad \text{بحيث } D_e = K.U \quad \text{هي الشكل التالي :}$$

نستنتج أن الانحراف الكهرساكن يتناسب اطرادا مع التوتر المطبق بين الصفيحتين وتستغل هذه الخاصية في مبدأ اشتغال راسم التذبذب ، حيث يتناسب الانحراف الرأسي مع التوتر المطبق على الصفيحتين الأفقيتين والانحراف الأفقي مع التوتر المطبق على الصفيحتين الرأسيتين

تمرين تطبيقي :

تلج إلكترون بين صفيحتين فليزيتين أفقيتين لراسم تذبذب بسرعة بدئية \vec{v}_0 أفقية ، $v_0 = 10^7 \text{ m/s}$. التوتر بين الصفيحتين $U = V_p - V_N = 40 \text{ V}$ ؛ المسافة الفاصلة بين الصفيحتين $d = 4 \text{ cm}$ وطول كل منهما $\ell = 6 \text{ cm}$.

- 1 - أحسب المسافة AH التي تمثل الانتقال الرأسي للإلكترون عند مغادرتها المجال الكهرساكن \vec{E}
- 2 - حدد مميزات متجهة سرعة الإلكترون في النقطة A .
- 3 - أحسب قيمة الانحراف الكهربائي D_e . المسافة الفاصلة بين الشاشة المستشعرة والنقطة O

هي $L = 50 \text{ cm}$

لكي تلج الإلكترون بالسرعة البدئية $v_0 = 10^7 \text{ m/s}$ ما هي

قيمة توتر التسريع U' التي يجب استعماله ؟ أوجد تعبير D_e

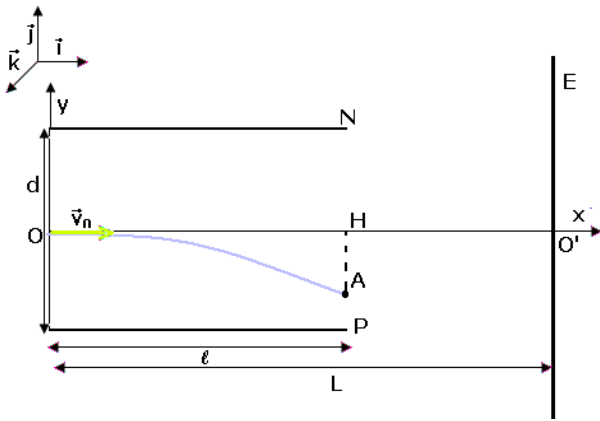
بدلالة U و U'

الأجوبة :

1 - $|AH| \approx 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ - 2 $\alpha \approx 6^\circ$ مع الخط الأفقي

والسرعة تساوي تقريبا السرعة v_0

3 - $D_e \approx 5 \text{ cm}$ و $U' = 282,5 \text{ V}$



III - حركة دقيقة مشحونة في مجال مغنطيسي منتظم .

1 - تأثير مجال مغنطيسي على حزمة من إلكترونات
تجربة : عند تقرب مغنطيس من أنبوب مفرغ نلاحظ انحراف الحزمة الإلكترونية . نفس الملاحظة عند تقرب ملف لولبي يمر فيه تيار كهربائي . يتغير منحى الانحراف عند عكس موضعي قطبي المغنطيس أو بعكس منحى التيار الكهربائي المار في الملف اللولبي .
نستنتج :

ميكانيكا على حزمة الإلكترونات داخل الأنبوب المفرغ من الهواء . نقرن هذا التأثير الميكانيكي بقوة تسمى القوة المغنطيسية . ما هي مميزاتها ؟

2 - القوة المغنطيسية ،

2 - 1 علاقة لورنتز

تخضع دقيقة مشحونة ، ذات شحنة q تتحرك بسرعة متجهتها \vec{v} داخل مجال مغنطيسي متجهته \vec{B} إلى قوة مغنطيسية \vec{F} تسمى قوة لورنتز تحدها العلاقة المتجهية التالية : $\vec{F} = q\vec{E} \wedge \vec{B}$

معرفة مميزات المتجهتين $q\vec{v}$ و \vec{B} تمكن من استنتاج مميزات القوة \vec{F} .

خلال هذه الدراسة نهمل وزن الدقيقة المشحونة أمام القوة المغنطيسية التي تطبق عليها
2 - 2 مميزات القوة المغنطيسية

مميزات قوة لورنتز هي :

- نقطة التأثير الدقيقة نفسها باعتبارها نقطة مادية .

- خط التأثير : العمودي على المستوى المحدد بواسطة (\vec{v}, \vec{B}) ؛ \vec{F} عمودية على المتجهة \vec{v} وعلى المتجهة \vec{B} .

- المنحى : هو المنحى بحيث يكون ثلاثي الوجه $(q\vec{v}, \vec{B}, \vec{F})$ مباشرا .

- الشدة : $F = |qvB \sin \alpha|$

q : شحنة الدقيقة ب (C)

v : سرعة الدقيقة ب (m/s)

B : شدة المجال المغنطيسي (T)

α : الزاوية التي تكونها \vec{v} مع \vec{B}

F : شدة قوة لورنتز (N)

ملحوظة :

منحى \vec{F} يتغير حسب إشارة q . عمليا للحصول على منحى المتجهة \vec{F} نطبق إحدى القواعد .

- قاعدة الأصابع الثلاث لليد اليمنى . الإبهام $q\vec{v}$. السبابة : \vec{B} .

الوسطى : \vec{F}

- قاعدة مفك البرغي

- قاعدة اليد اليمنى

الحالات التي تنعدم فيها القوة المغنطيسية :

• $q=0$ دقيقة محايدة كهربائيا

• $\vec{v} = \vec{0}$ دقيقة متوقفة

• $\vec{B} = \vec{0}$ غياب المجال المغنطيسي

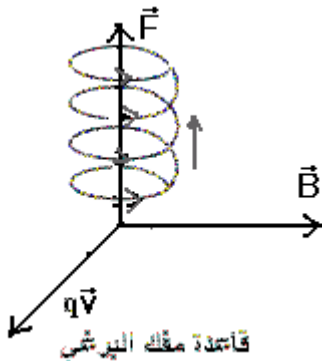
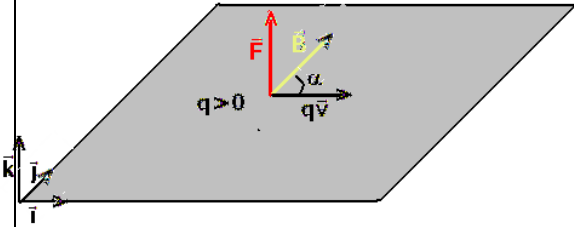
• $\alpha = 0$ أو $\alpha = \pi$ أي \vec{v} و \vec{B} على استقامة واحدة .

تمرين تطبيقي : ندخل حزمة من دقائق الهيليوم ${}^2_4\text{He}^{2+}$

بسرعة $v_0 = 10^3 \text{ m/s}$ مجالا مغنطيسيا شدته $B = 2.10^{-3} \text{ T}$. علما أن (\vec{v}_0, \vec{B}) تكون زاوية 60° ،

أحسب شدة القوة المغنطيسية التي تخضع إليها الدقائق الهيليوم . ومثل المتجهات \vec{B} و \vec{v}_0

و \vec{F} على تبيانة في الحالتين التاليتين : $(\vec{v}_0, \vec{B}) = 60^\circ$ و $(\vec{B}, \vec{v}_0) = 60^\circ$



الحل : حسب علاقة لورنتز : $\vec{F} = q\vec{v}_0 \wedge \vec{B}$ حسب المعطيات عندنا $q = +2e$ و $v_0 = 10^3 \text{ m/s}$
 $B = 2.10^{-3} \text{ T}$

بما أن شدة القوة \vec{F} هي $F = |qvB \sin \alpha|$ فإن $F = 3,2.10^{-19} \text{ N}$



3- حركة دقيقة مشحونة في مجال مغناطيسي منتظم

ندرس حركة دقيقة تم نعيمها على الحزمة الإلكترونية باعتبار أن جميع الدقائق مماثلة في الحركة
 نعتبر دقيقة شحنتها q وكتلتها m تلج مجالاً مغناطيسياً منتظماً \vec{B} بسرعة بدئية \vec{v}_0 عمودية على \vec{B} .

أ - طبيعة حركة الحزمة الإلكترونية داخل المجال المغناطيسي \vec{B} .

- نبين أن مسار الإلكترون مسار مستوي

نطبق القانون الثاني لنيوتن على الدقيقة في اللحظة t ,

$\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$ نهمل وزن الدقيقة أمام الشدة القوة المغناطيسية فتصبح العلاقة المتجهية السابقة على

الشكل التالي : $\vec{F} = m\vec{a}$ وبما أن $\vec{F} = q\vec{v}_0 \wedge \vec{B}$ إذن $q\vec{v}_0 \wedge \vec{B} = m\vec{a}$ أي أن $\vec{a} = \frac{q}{m}(\vec{v}_0 \wedge \vec{B})$

في معلم فريني الذي تم اختياره في الشكل $M(\vec{u}, \vec{n}, \vec{k})$ أن $\vec{a}(0, a_n, 0)$ يعني أن $a_z = 0$ ومنه

$z = g(t) = 0$ مما يبين أن حركة الدقيقة تتم في المستوى (\vec{u}, \vec{n}) وبالتالي فحركة الدقيقة حركة

مستوية .

ب - ما هو شكل المسار؟

حسب التحليل السابق وفي معلم فريني $a_t = \frac{dv}{dt} = 0$ أي أن

$$v = cte = v_0$$

وكذلك $a_n = \frac{v_0^2}{\rho_n}$ ونعلم أنه في معلم فريني $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t = \vec{a}_n$

$$\rho = \frac{m \cdot v_0}{|q| \cdot B} = Cte = R \quad \text{إذن} \quad a = a_n \Rightarrow \frac{q}{m} v_0 B = \frac{v_0^2}{\rho}$$

إذن مسار الدقيقة هو مسار دائري .

ج - خلاصة

حركة دقيقة ذات شحنة q وكتلة m عند ولوجها مجالاً مغناطيسياً منتظماً \vec{B} بسرعة بدئية \vec{v}_0 متعامدة مع \vec{B} ، حركة دائرية منتظمة .

- مسارها ينتمي إلى المستوى العمودي على المجال .

$$\text{- شعاعها يساوي : } R = \frac{m \cdot v_0}{|q| \cdot B} \quad (1)$$

د - الدراسة الطاقة

*** قدرة القوة المغناطيسية**

$$\mathcal{P} = \vec{F} \cdot \vec{v} \Leftrightarrow \mathcal{P} = q(\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{v} = 0$$

قدرة القوة المغناطيسية دائماً منعدمة لكون أن هذه القوة دائماً عمودية على السرعة

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الدقيقة عند انتقالها خلال مدة زمنية Δt :

$$\frac{1}{2}mv^2 = Cte \Rightarrow v = cte = v_0 \text{ إذن } E_c = Cte \text{ أي أن } \Delta E_c = W(\vec{F}) = 0$$

خلاصة : المجال المغناطيسي لا يغير الطاقة الحركية لدقيقة مشحونة .

4 : الانحراف المغناطيسي

تعريف : نسمي الانحراف المغناطيسي المسافة $\overline{O'P} = D_m$

تلج حزمة دقائق من النقطة O وبسرعة \vec{v}_0 حيزا طوله ℓ حيث يخضع لمجال مغناطيسي منتظم \square متعامد مع متجهة السرعة البدئية .

مسار كل دقيقة في المجال المغناطيسي هو عبارة عن قوس من دائرة مركزها C وشعاعها $R = \frac{mv_0}{|q|.B}$

عند النقطة S تغادر الدقيقة المجال المغناطيسي بسرعة \vec{v}_0 بحيث تصبح حركتها مستقيمة منتظمة (مبدأ القصور)

الزاوية $\alpha = (OC, OS)$ تسمى بالانحراف الزاوي بحيث أن $\sin \alpha = \frac{\ell}{R}$ وكذلك

$$\tan \alpha = \frac{\overline{O'P}}{\overline{OO'} - \overline{OI}} = \frac{D_m}{L - OI}$$

وبما أن في الأجهزة المستعملة α صغيرة جدا وكذلك $\ell \ll L$ ($\sin \alpha = \tan \alpha$)

$$D_m = \frac{|q|.B.L.\ell}{m.v_0} \text{ أي أن } \frac{\ell}{R} = \frac{D_m}{L}$$

ملحوظة : المقارنة بين الانحراف الكهربائي والانحراف المغناطيسي

$$D_m = \frac{|q|.B.L.\ell}{m.v_0} \text{ و } D_e = \frac{|q|.E.L.\ell}{m.v_0^2}$$

يلاحظ أن الانحراف المغناطيسي أكثر تكيفا من الانحراف الكهربائي

لأنه يتناسب اطرادا مع $\frac{1}{v_0}$. لهذا يستعمل في أنبوب التلفاز .

VI تطبيقات :

1 - السيكلوترون

السيكلوترون جهاز مسرع الدقائق ، يتكون سيكلوترون من علبتين موصليتين D_1 و D_2 على شكل نصف

أسطوانتين مفرغتين تفصل بينهما مسافة جد صغيرة أمام شعاعهما .

يوجد داخل كل علبة مجال مغناطيسي منتظم \vec{B} شدته $B = 0.14T$.

1 - نطبق بين العلبتين توترا U ثابتا وموجبا . تنطلق حزمة من البروتونات

من المنبع S ، فيتم تسارعها نحو العلبة D_1 ، حيث تكون سرعة كل

بروتون عند وصوله النقطة A هي : $v_1 = 4.38.10^5 m/s$

1 - 2 بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد قيمة R_1 ، شعاع المسار

الدائري للبروتون داخل D_1 .

1 - 2 أوجد قيمة الدور T لحركة البروتون . بين أن T لا ترتبط بسرعة

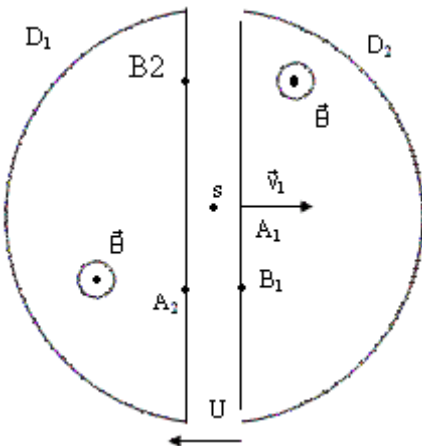
البروتون ولا بشعاع مساره .

2 - يصل البروتون إلى B_1 في اللحظة التي تتغير عندها إشارة التوترا U ،

فيتسرع البروتون ، من جديد ، نحو العلبة D_2

2 - 1 بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية ، أوجد السرعة v_2 للبروتون عند

النقطة A_2 ، علما أن $U = -2kV$ قارن v_1 و v_2 .



2_2 ليكن شعاع مسار البروتون داخل العلية D_2 برهن على أن $R_2 > R_1$.
 2_3 عند وصول البروتون إلى النقطة B_2 ، تتغير إشارة التوتر من جديد . صف حركة البروتون بعد وصوله إلى B_2 . استنتج وظيفة السيكلوترون ، إذا علمت أن إشارة U تتغير دوريا .
 نعطي كتلة البروتون $m = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{kg}$
 شحنة البروتون $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{C}$

2_ راسم طيف الكتلة

راسم طيف الكتلة جهاز يمكن من فرز أيونات ذات كتل أو شحن مختلفة ، وذلك باستعمال مجال كهرساكن ومجال مغنطيسي .
 يتكون راسم الطيف للكتلة من نوع دمبستر (Dempster) من :
 حجرة التأين حيث تنتج الأيونات ؛

حجرة التسريع حيث تدخل الأيونات بسرعة تكاد تكون منعدمة لتسرع
 محدث بواسطة توتر U .

نريد فرز الأيونات ${}^4_2\text{He}^{2+}$ و ${}^3_2\text{He}^{2+}$ كتلتاهما إتباعا $m_3 = 5 \cdot 10^{-27} \text{kg}$ و $m_4 = 6.7 \cdot 10^{-27} \text{kg}$ ندخل الأيونات في مجال كهرساكن منتظم محدث بواسطة توتر U مطبق بين صفيحتين رأسييتين P_1 و P_2 لتسريعهما إلى النقطة A .

1_ تخرج الأيونات ${}^4_2\text{He}^{2+}$ و ${}^3_2\text{He}^{2+}$ من النقطة A على

التتابع بالسرعتين \vec{v}_1 و \vec{v}_2 نهمل السرعتين عند النقطة O .
 عبر عن السرعتين v_1 و v_2 بدلالة معطيات النص .
 أحسب v_1 و v_2 .

2_ تدخل الأيونات ، عند النقطة A ، مجالا مغنطيسيا منتظما \vec{B} عموديا على متجهتي السرعتين \vec{v}_1 و \vec{v}_2 وتصل إلى منطقة الإستقبال MP المعينة على الشكل .
 احسب المسافة MP الفاصلة بين M و P نقطتي وقع الأيونات ${}^4_2\text{He}^{2+}$ و ${}^3_2\text{He}^{2+}$ على منطقة استقبال . نعطي $U = 10^4 \text{V}$ و $B = 0.5 \text{T}$

