تصحيح الامتحان الوطني للباكالوريا الدورة العادية 2018

شعبة العلوم الرياضية

الكيمياء

1-دراسة محلول مائي لحمض HA

1-1-كتابة معادلة تفاعل الحمض **HA** مع الماء:

$$HA_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftarrows A^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

2-1-حساب نسبة التقدم النهائي **τ** للتفاعل:

لدينا: $\tau = \frac{x_{éq}}{x_{max}}$

الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل		$HA_{(aq)}$	$+ \; H_2O_{(l)}$	$\rightleftarrows \; A^-_{(aq)}$	$+ \; H_3O^+_{(aq)}$
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	$x = 0$	$C.V$	وفير	0	0
خلال التحول	x	$C.V - x$	وفير	x	x
الحالة النهائية	$x_{éq}$	$C.V - x_{éq}$	وفير	$x_{éq}$	$x_{éq}$

حسب الجدول الوصفي لدينا:

$$n_f(H_3O^+) = x_{éq} \Rightarrow [H_3O^+]_f = \frac{x_{éq}}{V} \Rightarrow x_{éq} = [H_3O^+]_f . V = 10^{-pH}. V$$

المتفاعل المحد هو الحمض (لأن الماء مستعمل بوفرة):

$$C.V - x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = C.V$$

$$\tau = \frac{[H_3O^+]_f . V}{C.V} \Rightarrow \tau = \frac{10^{-pH}}{C}$$

ت.ع: $\tau = \frac{10^{-3,44}}{10^{-2}} = 3,63.10^{-2} \Rightarrow \tau \approx 3,6\%$

استنتاج النوع المهيمن:

لدينا : $[H_3O^+]_f = [A^-]_f = \frac{x_{éq}}{V}$

و $[AH]_f = \frac{C.V - x_{éq}}{V} = C - \frac{x_{éq}}{V} = C - [A^-]_f$ أي: $C = [AH]_f - [A^-]_f$

$$\frac{[A^-]_f}{[AH]_f} = \frac{[H_3O^+]_f}{C - [H_3O^+]_f} = \frac{1}{\frac{C}{[H_3O^+]_f} - 1} = \frac{1}{\frac{1}{\frac{[H_3O^+]_f}{C}} - 1} = \frac{1}{\frac{1}{\tau} - 1} = \frac{\tau}{1 - \tau}$$

ت.ع: $\frac{[A^-]_f}{[AH]_f} = \frac{3,63.10^{-2}}{1 - 3,63.10^{-2}} = 0,038 \Rightarrow \frac{[A^-]_f}{[AH]_f} < 1$

وبالتالي النوع المهيمن هو الحمض HA.

3-1-تعبير $\mathbf{pK_A}$ بدلالة **C** و **pH**:

لدينا: $Q_{r,éq} = \frac{[H_3O^+]_f . [A^-]_f}{[AH]_f} = \frac{[H_3O^+]^2_{éq}}{C - [H_3O^+]_f} = \frac{10^{-2pH}}{C - 10^{-pH}}$

$$\begin{cases} Q_{r,éq} = K_A \\ pK_A = -\log K_A \end{cases} \Longrightarrow pK_A = -\log Q_{r,éq} = -\log\frac{10^{-2pH}}{C - 10^{-pH}}$$

$$pK_A = -\log 10^{-2pH} + \log(C - 10^{-pH})$$

$$pK_A = 2pH + \log(C - 10^{-pH})$$

ت.ع:

$$pK_A = 2 \times 3{,}44 + \log(10^{-2} - 10^{-3{,}44}) \Longrightarrow pK_A \approx 4{,}86$$

1-4-1-معادلة التفاعل بين HA و HO^-:

$$HA_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \longrightarrow A^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$$

1-4-2- قيمة الحجم V_B عندما يكون $pH = 5,50$:

الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل		$HA_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftarrows A^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	$x = 0$	$C.V$	وفير	0	0
خلال التحول	x	$C.V - x$	وفير	x	x
الحالة النهائية	$x_{éq}$	$C.V - x_{éq}$	وفير	$x_{éq}$	$x_{éq}$

لدينا حسب الجدول الوصفي:

$$[AH]_f = \frac{C.V_A - x_f}{V_A + V_B} \quad و \quad [A^-]_f = \frac{x_f}{V_A + V_B}$$

لدينا العلاقة: $pH = pK_A + \log\frac{[A^-]_f}{[HA]_f}$ أي: $pH = pK_A + \log\frac{\frac{x_f}{V_A+V_B}}{\frac{C.V_A - x_f}{V_A+V_B}}$

$$pH = pK_A + \log\frac{x_f}{C.V_A - x_f}$$

لدينا: $V_B < V_A = 20\ mL$ قبل التكافؤ يكون المتفاعل المحد هو المعاير (HO^-) .

تحديد التقدم الأقصى:

$$C.V_B - x_{max} = 0 \text{ أي: } x_{max} = C.V_B$$

$$pH = pK_A + \log\frac{x_{max}}{C.V_A - x_{max}} = pK_A + \log\frac{C.V_B}{C.V_A - C.V_B}$$

$$pH = pK_A + \log\frac{V_B}{V_A - V_B} = pK_A - \log\frac{V_A - V_B}{V_B} = pK_A - \log(\frac{V_A}{V_B} - 1)$$

$$\log\left(\frac{V_A}{V_B} - 1\right) = pK_A - pH \Longrightarrow \frac{V_A}{V_B} - 1 = 10^{pK_A - pH} \Longrightarrow \frac{V_A}{V_B} = 1 + 10^{pK_A - pH}$$

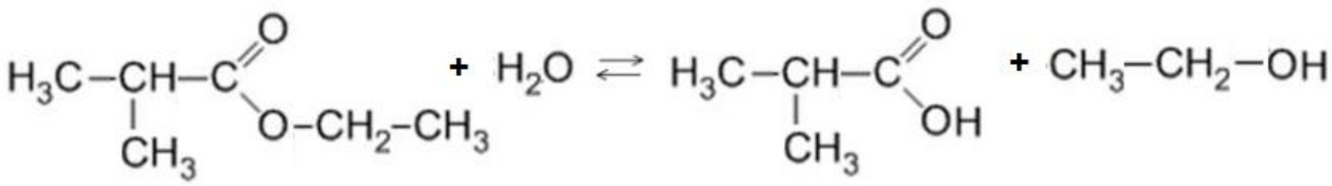
$$V_B = \frac{V_A}{1 + 10^{pK_A - pH}}$$

ت.ع:

$$V_B = \frac{20}{1 + 10^{4{,}86 - 5{,}50}} = 16{,}27\ mL \Longrightarrow V_B \approx 16{,}3\ Ml$$

2-حلمأة إستر

2-1 - معادلة التفاعل، باستعمال الصيغ نصف المنشورة:



2-2-التحديد المبياني لزمن نصف التفاعل $t_{1/2}$:

حسب تعريف زمن نصف التفاعل لدينا عند اللحظة $t = t_{1/2}$ يأخذ تقدم التفاعل نصف قيمته النهائية أي:
$x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2}$

حسب الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل		*ester + eau ⇄ acide + alcool*			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	$x = 0$	n_0	n_0	0	0
الحالة النهائية	x_f	$n_0 - x_f$	$n_0 - x_f$	x_f	x_f

كمية مادة الاستر المتبقية في الحالة النهائية هي: $n_f(ester) = n_0 - x_f$

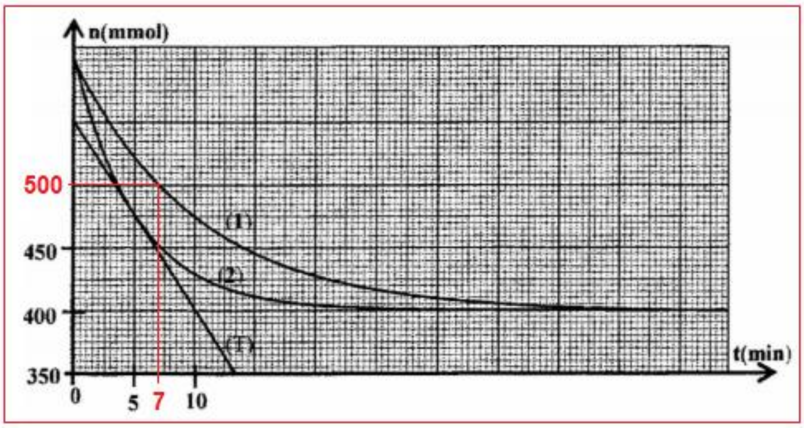
أي: $x_f = n_0 - n_f(ester)$

باستعمال المبيان: $n_0 = 600\ mmol$ و $n_f(ester) = 400\ mmol$

وبالتالي: $x_f = 600 - 400 = 200\ mmol$ ومنه: $x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2} = 100\ mmol$

$$n_{t_{1/2}}(ester) = n_0 - x(t_{1/2}) = 600 - 100 = 500\ mmol$$

بالإسقاط على المنحنى 1 (أنظر الشكل اسفله) نحدد قيمة زمن نصف التفاعل فنجد: $t_{1/2} = 7\ min$



2-3-التعرف على المنحنى الموافق لتفاعل الحلمأة المنجز بدون استعمال حفاز:

نعلم أن الحفاز يؤدي إلى تسريع التفاعل، بالنسبة للمنحنى (1) مدة التفاعل تقارب $\Delta t = 40\ min$

بينما تمثل هذه المدة بالنسبة للمنحنى (2) $\Delta t' = 25\ min$.

نستنتج المنحنى (1) يوافق التفاعل المنجز بدون استعمال حفاز.

2-4-تحديد السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t_1 = 5\ min$:

حسب تعريف السرعة الحجمية:

$$v(t) = \frac{1}{V_0} \cdot \frac{dx}{dt}$$

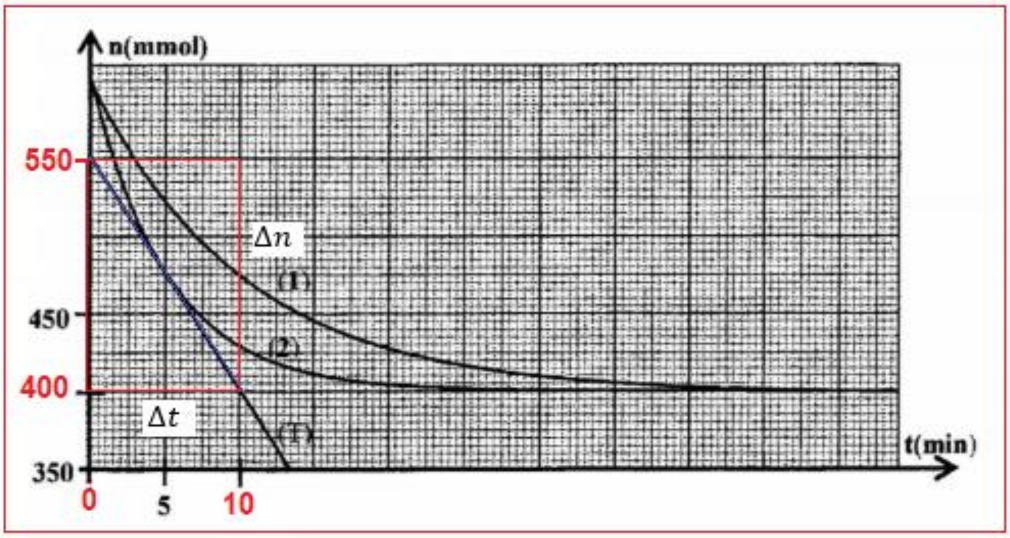
لنعبر عن سرعة التفاعل بدلالة n كمية مادة الأستر المتبقي، حسب الجدول الوصفي: $n = n_0 - x$

$$x = n_0 - n(E) \Longrightarrow \frac{dx}{dt} = 0 - \frac{dn}{dt}$$

$$v(t) = -\frac{1}{V_0} \cdot \frac{dn}{dt}$$

عند اللحظة t_1 نكتب: $$v(t_1) = -\frac{1}{V_0} \cdot \left(\frac{\Delta n}{\Delta t}\right)_{t_1}$$

$$v(t_1) = -\frac{1}{71.10^{-3}L} \times \left[\frac{(550-400) \times 10^{-3} mol}{0 - 10\ min}\right] \Longrightarrow v(t_1) \approx 0{,}21\ mol.L^{-1}.min^{-1}$$



3-التحليل الكهربائي للماء

3-1-عدد الاقتراحات الصحيحة هي 3 (أ-ب-د)

أ-الالكترود المرتبط بالقطب الموجب للمولد هو الأنود. صحيح

ب-التحول القسري تفاعل يتم في المنحى المعاكس للتحول التلقائي. صحيح

ج-خلال اشتغال المحلل الكهربائي، يحدث اختزال عند الأنود. خطأ

د-يخرج التيار الكهربائي من المحلل الكهربائي من الكاتود. صحيح

3-2-كتابة معادلة التفاعل الذي يحدث عند الأنود:

بجوار هذا الإلكترود تحدث أكسدة لجزيئة الماء فيتكون غاز O_2 ، حسب المعادلة:

$$2H_2O_{(l)} \rightleftarrows O_{2\,(g)} + 4H^+_{(aq)} + 4e^-$$

3-3-تعبير حجم غاز O_2 بدلالة I و V_m و N_A و e و t:

الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل		$2H_2O_{(l)} \rightleftarrows O_{2\,(g)} + 4H^+_{(aq)} + 4e^-$				كمية مادة الالكترونات المتنقلة
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)				
البدئية	0	بوفرة	0	بوفرة	----	$n(e^-) = 0$
عند اللحظة t	x	بوفرة	x	بوفرة	----	$n(e^-) = 4x$

حسب الجدول الوصفي لدينا: $n(O_2) = x$ و $n(e^-) = 4x$

نعلم ان: $\begin{cases} Q = n(e^-).F \\ Q = I.t \end{cases} \Rightarrow n(e^-).F = I.t \Longrightarrow 4x.F = I.t \Longrightarrow x = \frac{I.t}{4F}$

كما ان: $n(O_2) = \frac{V(O_2)}{V_m} = x$ أي: $V(O_2) = V_m.x = \frac{I.t.V_m}{4F}$

يمثل الفارادي القيمة المطلقة لشحنة مول واحد من الإلكترونات نكتب: $F = |N_A.(-e)| = N_A.e$

نستنتج العلاقة:

$$V(O_2) = \frac{I.t.V_m}{4N_A.e}$$

ت.ع: $$V(O_2) = \frac{0,2\times8\times60\times24}{4\times6,02.10^{-23}\times1,6.10^{-19}} = 5,98.10^{-3}\ L \approx 6.10^{-3}\ L$$

$$V(O_2) \approx 6\ mL$$

الفيزياء

التمرين 1: التحولات النووية

1-النشاط الإشعاعي α للراديوم

1-1-تعريف طاقة الربط لنواة:

هي الطاقة التي يجب إعطاؤها لنواة في حالة سكون لفصل نوياتها وتبقى في سكون.

1-2-اختيار الاقتراح الصحيح:

الاقتراح الصحيح هو ج.

أ-الراديوم والرادون نظيران. خطأ (ليس لهما نفس عدد البروتونات)

ب-تحتوي نواة الراديوم على 88 نوترون و 138 بروتون. خطأ (تحتوي نواة الراديوم على 138 نوترون و 88 بروتون).

ج-بعد مرور المدة $3t_{1/2}$ يتبقى % 12,5من نوى الراديوم البدئية. صحيح

$$\frac{N(3t_{1/2})}{N_0} = e^{-\frac{3t_{1/2}}{t_{1/2}}.\ln2} = e^{\ln2^{-3}} = \frac{1}{2^3} = 0,125 = 12,5\%$$ إذن: $N(3t_{1/2}) = 12,5\%\ N_0$

د-العلاقة بين عمر النصف $t_{1/2}$ و ثابتة النشاط الاشعاعي هي: $t_{1/2} = \lambda.\ln2$. خطأ

1-3-إثبات $\mathbf{1Ci \approx 3,73.10^{10}\ Bq}$

لنحدد نشاط عينة من الراديوم 226 كتلتها غرام واحد:

$$\begin{cases} a = \lambda.N \\ N = \frac{m}{M}.N_A \end{cases} \Longrightarrow a = \frac{\lambda.m.N_A}{M}$$

ت.ع: $$a = \frac{1,4.10^{-11}\times1\times6,02.10^{23}}{226} \Longrightarrow a = 3,73.10^{10}\ Bq$$

1-4-تحديد نشاط عينة من الراديوم كتلها **1g** عند يونيو **2018**:

$$a = a_0e^{-\lambda.t}$$

ت.ع:

$$a = 3,73.10^{10} \times e^{-1,4.10^{-11}\times(218-1898)\times365,25\times24\times3600} = 3,537.10^{10}Bq$$

$$a \approx 3,54.10^{10}\ Bq$$

1-5-حساب الطاقة الناتجة عن تفتت نواة واحدة من الراديوم:

معادلة التفتت تكتب:

$$^{226}_{88}Ra \longrightarrow {}^{222}_{86}Rn + {}^{4}_{2}He$$

تعبير الطاقة الناتجة: $|\Delta E| = |E_l(^{226}_{88}Ra) - E_l(^{222}_{86}Rn) - {}^{4}_{2}He|$

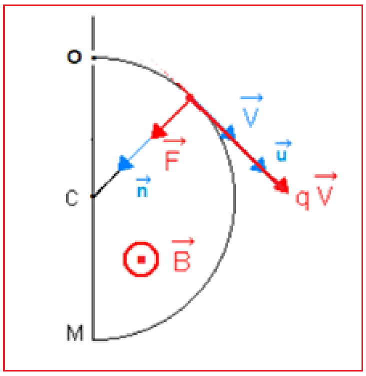
ت.ع: $|\Delta E| = |1,7311.10^3 - 1,7074.10^3 - 28,4| = |-4,7MeV|$

$$|\Delta E| = 4,7\ MeV$$

2-حركة الدقيقة α في مجال مغنطيسي منتظم

2-1-طبيعة حركة الدقيقة **α**:

المجموعة المدروسة: {الدقيقة α}



جرد القوى: تخضع الدقيقة بعد إهمال وزنها إلى قوة لورنتز: $\vec{F}$ حيث: $\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$

تطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\vec{F} = m.\vec{a}$

أي: $m.\vec{a} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$ مع: $q = +2e$

$$\vec{a} = \frac{2e}{m}.\vec{V} \wedge \vec{B}$$

منظم التسارع يكتب: (1) $a = \frac{2e}{m}.V.B.\sin(90°) = \frac{2e}{m}.V.B$

إحداثيات متجهة التسارع $\vec{a}$ في أساس فريني هما: $\begin{cases} a_T = \frac{dV}{dt} \\ a_N = \frac{V^2}{\rho} \end{cases}$

لدينا: $\vec{a} \perp \vec{V}$ في أساس فريني$M(\vec{u},\vec{n})$ متجهة السرعة تكتب: $\vec{V} = V.\vec{u}$ ومنه فإن $\vec{a} \perp \vec{u}$

أي أن: $a_T = \frac{dV}{dt} = 0$ إذن: $V = V_0 = cte$ السرعة ثابتة ← الحركة منتظمة

تسارع الدقيقة منظمي أي: $a = a_N = \frac{V^2}{\rho}$ باستعمال العلاقة (1)

$$\frac{{V_0}^2}{\rho} = \frac{2e}{m}.V_0.B \Longrightarrow \rho = \frac{V_0.m}{2e.B} = cte$$

$\rho = cte$ الشعاع ثابت ← المسار دائري

نستنتج ان حركة الدقيقة دائرية منتظمة.

2-2- تعبير المسافة **OM**:

لدينا: $OM = 2R = \frac{2V_0.m(\alpha)}{2e.B} = \frac{V_0.m(\alpha)}{e.B}$

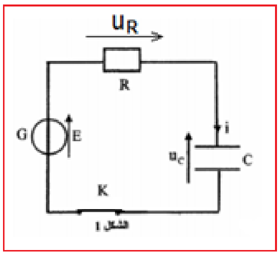
ت.ع:

$$OM = \frac{1,5.10^7 \times 6,6447.10^{-27}}{1.6.10^{-19} \times 1,5} = 0,415\ m$$

$$OM = 41,5\ cm$$

التمرين 2: الكهرباء

I-استجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر



1-إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C:

حسب قانون إضافية التوترات: $E = u_R + u_C$

حسب قانون اوم: $u_R = R.i$ مع: $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C.u_C)}{dt} = C.\frac{du_C}{dt}$

$$RC.\frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

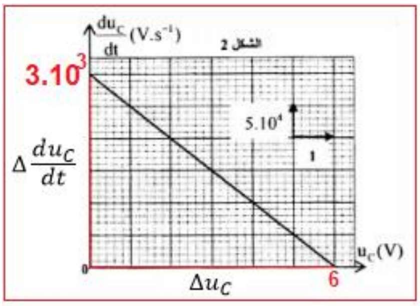
2-تحديد E:

يمثل منحنى الشكل 2 تغيرات $\frac{du_C}{dt}$ بدلالة u_C .

المعادلة التفاضلية تكتب:

$$\frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{R.C}.u_C + \frac{E}{R.C} \quad (2)$$

المنحنى عبارة عن دالة تآلفية معادلتها تكتب: $\frac{du_C}{dt} = au_C + b$



المعامل الموجه للمنحنى: $a = -\frac{1}{R.C}$

$$a = \frac{\Delta\frac{du_C}{dt}}{\Delta u_C} = \frac{6\times 5.10^4 - 0}{0-6} = -5.10^4 s^{-1}$$

$$a = -\frac{1}{R.C} \Rightarrow R.C = -\frac{1}{a} = -\frac{1}{(-5.10^4)} = 2.10^{-5}s$$

الأرتوب عند الأصل: $b = \frac{E}{R.C}$

عند $u_C = 0$ لدينا مبيانيا : $\frac{du_C}{dt}(0) = 6\times 5.10^4 = 3.10^3\ V.s^{-1}$

المعادلة (2)تكتب: $\frac{du_C}{dt}(0) = b = \frac{E}{R.C}$ أي: $E = R.C.b$

$$E = 2.10^{-5}s \times 3.10^5\ V.s^{-1} = 6\ V$$

التحقق من قيمة C:

لدينا: $R.C = 2.10^{-5}s$ أي: $C = \frac{2.10^{-5}}{2.10^3} = 10.10^{-9}\ F$

$$C = 10\ nF$$

3-تحديد قيمة ρ المردود الطاقي لعملية الشحن:

لدينا: $\rho = \frac{E_e}{E_g}$

مع: $E_e = \frac{1}{2}C.u_C{}^2$ في النظام الدائم : $u_C = E$ ومنه: $E_e = \frac{1}{2}C.E^2$

و $E_g = C.E^2$

$$\rho = \frac{\frac{1}{2}C.E^2}{C.E^2} = 0{,}5$$

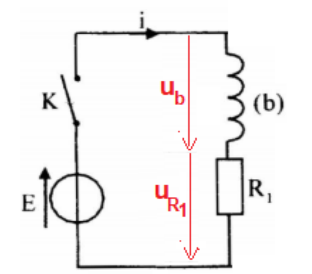
$$\rho = 50\ \%$$

II- استجابة ثنائي القطب **RL** لرتبة توتر:

1-1-إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها $\mathbf{i(t)}$:

حسب قانون إضافية التوترات: $E = u_b + u_{R_1}$

حسب قانون اوم : $u_{R_1} = R_1.i$ و $u_b = L.\frac{di}{dt} + r.i$



الشكل 3

$$E = L.\frac{di}{dt} + r.i + R_1.i \Rightarrow L.\frac{di}{dt} + (R_1 + r).i = E$$

$$\frac{L}{R_1 + r}.\frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_1 + r}$$

1-2-تحديد قيمة $\mathbf{R_1}$:

في النظام الدائم المعادلة التفاضلية تكتب: $I_0 = i = \frac{E}{R_1+r}$ ومنه: $R_1 + r = \frac{E}{I_0}$

وبالتالي: $R_1 = \frac{E}{I_0} - r$

مبيانيا نجد: $I_0 = 50\ mA$

$$R_1 = \frac{6}{50.10^{-3}} - 20 = 100\ \Omega$$

التحقق من قيمة L:

حسب تعبير ثابتة الزمن لثنائي القطب RL:

$$\tau = \frac{L}{R_1 + r} \Rightarrow L = \tau(R_1 + r)$$

مبيانيا نجد: $\tau = 2{,}5\ ms$

$$L = 2{,}5.10^{-3} \times (100 + 20) = 0{,}3H$$

1-3-حساب التوتر بين مربطي الوشيعة في النظام الدائم:

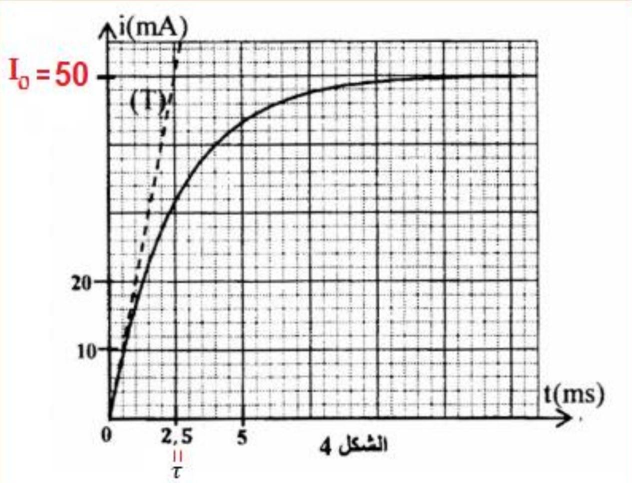
$u_b = L.\frac{di}{dt} + r.i$ في النظام الدائم يكون: $i = I_0 = cte$ ومنه: $\frac{di}{dt} = 0$ وبالتالي: $u_b = r.I_0$

ت.ع: $u_b = 20 \times 50.10^{-3} = 1V$

1-2-قيمة شدة التيار مباشرة بعد فتح قاطع التيار **K**:

بما ان شدة التيار دالة متصلة، فإن لشدة التيار i(t) نفس القيمة بعد فتح قاطع التيار مباشرة أي:

$$i(0) = I_0 = 50\ mA$$



الشكل 4

2-2-قيمة $\mathbf{\frac{di(t)}{dt}}$ عند اللحظة $\mathbf{t = 0}$:

نجد المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار:

حسب قانون إضافية التوترات: $u_b + u_{R_1} + u_{R_1} + u_D = 0$

$$L.\frac{di}{dt} + r.i + R_1.i + R_2.i + 0 = 0$$

$$L.\frac{di}{dt} + (r + R_1 + R_2)i = 0 \Rightarrow \frac{L}{R_1 + R_2 + r}.\frac{di(t)}{dt} + i(t) = 0$$

$$\frac{di(t)}{dt} = -\frac{R_1 + R_2 + r}{L}.i(t)$$

عند $t = 0$ لدينا: $i(0) = I_0 = 50\ mA$ ومنه:

$$\frac{di(0)}{dt} = -\frac{R_1 + R_2 + r}{L}.i(0) = -\frac{100 + 2.10^3 + 20}{0,3} \times 50.10^{-3} = -353,3\ A.s^{-1}$$

قيمة التوتر بين مربطي الوشيعة عند فتح الدارة (أي عند $t = 0$):

$$u_b + u_{R_1} + u_{R_1} + u_D = 0 \implies u_b = -(u_{R_1} + u_{R_1} + u_D)$$

$$u_b(t) = -(R_1 + R_2).i(t)$$

عند $t = 0$:

$$u_b(0) = -(R_1 + R_2).i(0)$$

$$u_b(0) = -(100 + 2.10^3) \times 50.10^{-3} = -105\ V$$

III- المتذبذب **RLC** في النظام القسري

1-قيمة التردد عند الرنين:

عند الرنين تكون الممانعة دنوية.

مبيانيا نجد: $N = N_0 = 0,5\ kHz$ أي: $N_0 = 500\ Hz$

2-حساب **C_1** سعة المكثف:

عند الرنين نكتب: $L\omega = \frac{1}{C_1.\omega}$ أي: ومنه: $C_1 = \frac{1}{L.\omega^2} = \frac{1}{4\pi^2 {N_0}^2.L}$

ت.ع:

$$C_1 = \frac{1}{4\times10\times500^2\times0,3} = 3,33.10^{-7}F$$

$$C_1 \approx 0,33\ \mu F$$

3-استنتاج عرض المنطقة الممررة ΔN :

لدينا: $U = Z.I \quad (1)$

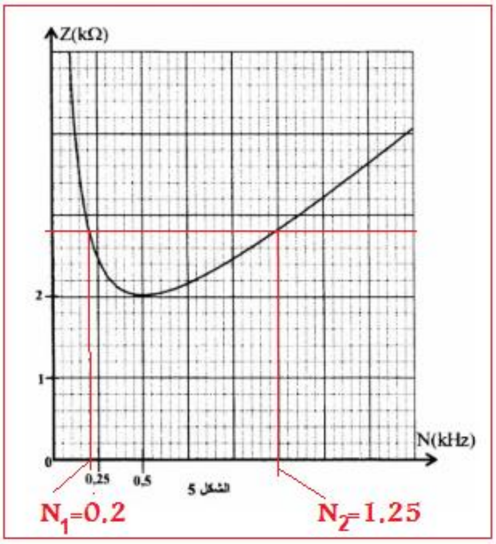
عند الرنين يكون: $U = (R_3 + r).I_0$ مع: $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ أي: $I_0 = I\sqrt{2}$

$$U = (R_3 + r).I\sqrt{2} \quad (2)$$

بمقارنة العلاقتين (1) و (2) نكتب: $Z = (R_3 + r)\sqrt{2}$

ت.ع: $Z = (1980 + 20) \times \sqrt{2} = 2828,43\ \Omega$

$$Z \approx 2,8k\Omega$$



باستعمال مبيان الشكل 5 (أنظر الشكل جانبه) نجد عند $Z = 2,8\ k\Omega$ قيمتين للتردد هما:

$N_2 = 1,25\ Hz$ و $N_1 = 0,2\ kHz$

وبالتالي : $\Delta N = N_2 - N_1 = 1,25 - 0,2 = 1,05\ kHz$

التمرين **3**: الميكانيك

الجزء **I**: دراسة حركة جسم صلب في الهواء وفي سائل

1-دراسة حركة مركز القصور **G** في الهواء

1-1-إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة **V_z** لمركز القصور **G**:

المجموعة المدروسة: $\{(S)\ \text{الجسم الصلب}\}$

السباح في سقوط حر فهو يخضع لقوة واحدة، وزنه

جرد القوى: $\vec{P}$ وزن السباح

تطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\vec{P} = m.\vec{a}_G$ أي: $m.\vec{g} = m.\vec{a}_G$

$$\vec{a}_G = \vec{g}$$

الإسقاط على المحور Oz: $a_z = g \Longrightarrow \frac{dV_z}{dt} = g$

1-2-تحديد t_e مدة السقوط:

حركة G مستقيمية متغيرة بانتظام :

معادلة السرعة: $V_z = g.t + V_0$ مع: $V_0 = 0$ (السباح سقط بدون سرعة بدئية)

المعادلة الزمنية: $z = \frac{1}{2}g.t^2 + z_0$ مع: $z_0 = 0$ (أنسوب G منطبق مع أصل المعلم عند $t_0 = 0$)

نحصل على: $z = \frac{1}{2}g.t^2$ عندما يصل G إلى سطح الماء نكتب: $h = \frac{1}{2}g.t_e{}^2$ ومنه: $t_e{}^2 = \frac{2h}{g}$

$$t_e = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

ت.ع:

$$t_e = \sqrt{\frac{2 \times 10}{10}} = 1{,}4\ s$$

استنتاج سرعة وصول **G** إلى سطح الماء:

لدينا تعبير السرعة هو: $V_z = g.t$ عند سطح الماء يصبح تعبير السرعة: $V_e = g.t_e$

$$V_e = 10 \times 1{,}4 = 14\ m.s^{-1}$$

2-دراسة الحركة الرأسية لمركز القصور G في الماء

2-1-إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة V_z ل **G**:

يخضع السباح بالإضافة للقوى التالية:

$\vec{P}$: وزنه

$\vec{f}$: قوة الاحتكاك المائع

$\vec{F}$: دافعة أرخميدس

تطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\vec{P} + \vec{f} + \vec{F} = m.\vec{a}_G$

$$m.\vec{g} - \lambda.\vec{V} - \frac{m}{d}.\vec{g} = m.\vec{a}_G$$

الاسقاط على المحور Oz:

$$m.g - \lambda.v - \frac{m}{d}.g = m.a_z$$

$$m\frac{dV_z}{dt} + \lambda.V_z = m.g\left(1 - \frac{1}{d}\right) \Longrightarrow \frac{dV_z}{dt} + \frac{\lambda}{m}.V_z = g\left(1 - \frac{1}{d}\right)$$

نضع: $\frac{m}{\lambda} = \tau$ أي: $\frac{\lambda}{m} = \frac{1}{\tau}$

$$\frac{dV_z}{dt} + \frac{1}{\tau}.V_z = g\left(1 - \frac{1}{d}\right) \quad (3)$$

2-2-استنتاج تعبير السرعة الحدية V_{lz} بدلالة τ و g و d:

عند ما تصل سرعة G إلى القيمة الحدية نكتب: $V_z = V_{l\,z} = cte$ و بالتالي: $\frac{dV_z}{dt} = 0$

المعادلة التفاضلية تكتب: $\frac{1}{\tau}.V_{l\,z} = g\left(1-\frac{1}{d}\right)$

$$V_{l\,z} = g.\tau\left(1-\frac{1}{d}\right) \Rightarrow V_{l\,z} = \frac{m.g}{\lambda}\left(1-\frac{1}{d}\right)$$

ت.ع:

$$V_{l\,z} = \frac{80\times 10}{250}\left(1-\frac{1}{0{,}9}\right) = -0{,}35\ m.s^{-1}$$

2-3-تعبير A بدلالة $V_{l\,z}$ و تعبير B بدلالة $V_{l\,z}$ و V_e:

حل المعادلة التفاضلية يكتب: $V_Z(t) = A + Be^{-\frac{t}{\tau}}$

$$\frac{dV_z}{dt} = -\frac{1}{\tau}.Be^{-\frac{t}{\tau}}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية (3):

$$-\frac{1}{\tau}.Be^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{\tau}.\left(A + Be^{-\frac{t}{\tau}}\right) = g\left(1-\frac{1}{d}\right) \Rightarrow \frac{1}{\tau}.Be^{-\frac{t}{\tau}}(-1+1) + \frac{A}{\tau} - g\left(1-\frac{1}{d}\right) = 0$$

$$\frac{A}{\tau} - g\left(1-\frac{1}{d}\right) = 0 \Rightarrow A = V_{l\,z} = \tau.g\left(1-\frac{1}{d}\right) \Rightarrow A = V_{l\,z}$$

عند اللحظة $t = 0$ ادينا: $V_Z(0) = V_e$ نعوض في حل المعادلة التفاضلية:

$$V_Z(0) = A + Be^{0} \Rightarrow V_e = V_{l\,z} + B \Rightarrow B = V_e - V_{l\,z}$$

2-4-اللحظة t_r التي يتغير عندها منحى حركة السباح:

عند $t = t_r$ تنعدم سرعة السباح نكتب: $V_Z(t_r) = 0 \Rightarrow A + Be^{-\frac{t_r}{\tau}} = 0$

$$e^{-\frac{t_r}{\tau}} = -\frac{A}{B} \Rightarrow -\frac{t_r}{\tau} = \ln\left(-\frac{A}{B}\right) \Rightarrow t_r = \tau.\ln\left(-\frac{B}{A}\right) \Rightarrow t_r = \tau.\ln\left(\frac{V_{l\,z}-V_e}{V_{l\,z}}\right)$$

$$t_r = \frac{m}{\lambda}.\ln\left(\frac{V_{l\,z}-V_e}{V_{l\,z}}\right)$$

ت.ع:

$$t_r = \frac{80}{250}\times\ln\left(\frac{-0{,}35-14}{-0{,}35}\right) \approx 1{,}18\ s$$

الجزء II: دراسة حركة نواس مرن

1-التعبير عن طول النابض عند التوازن بدلالة l_0 و m و K و α و g:

المجموعة المدروسة: { الجسم الصلب (S) }

جرد القوى: $\vec{P}$: وزن الجسم

$\vec{T}$: توتر النابض $\vec{R}$: تأثير الساق

تطبيق القانون الأول لنيوتن (الجسم (S) في توازن) : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$

الاسقاط على المحور Ox:

$$P_x + R_x + T_x = 0$$

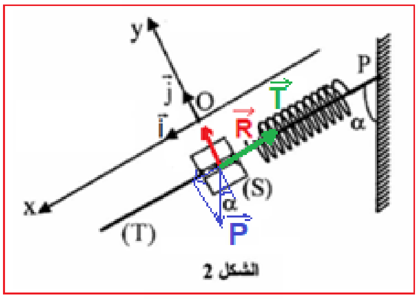
$$P.\cos\alpha + 0 - K.\Delta l = 0$$

$$K(l_e - l_0) = m.g.\cos\alpha \Rightarrow l_e = \frac{m.g.\cos\alpha}{K} + l_0$$

2-1-المعادلة التفاضلية:

تطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m.\vec{a}_G$$



الاسقاط على المحور Ox:

$$P_x + R_x + T_x = m.a_x$$

$$P.\cos\alpha + 0 - K(\Delta l + x) = m.\frac{d^2x}{dt^2}$$

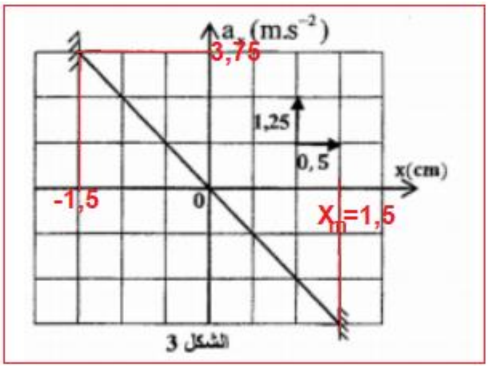
$$\underbrace{+m.g.\cos\alpha - K\Delta l}_{=0} - Kx = m.\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$m.\frac{d^2x}{dt^2} + Kx = 0 \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{m}{K}.x = 0$$

2-2-التعبير العددي ل $x(t)$:

حل المعادلة التفاضلية يكتب: $x(t) = X_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi)$

-تحديد الوسع X_m:



حسب الشكل 3 (أنظر الشكل جانبه) وسع الحركة X_m هو : $X_m = 1{,}5\ cm$

معادلة المنحنى a_x بدلالة x هي: $a_x = \beta.x$

$$\beta = \frac{\Delta a_x}{\Delta x} = \frac{3 \times 1{,}25 - 0}{-3 \times 0{,}5 \times 10^{-2} - 0} = -2{,}5.10^2\ rad.s^{-2}$$

المعادلة التفاضلية تكتب: $a_x = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2.x$

أي: $\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = 2{,}5.10^2\ rad.s^{-2}$

$$\frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{2{,}5.10^2} = 15{,}81\ rad.s^{-2}$$

-تحديد الدور الخاص T_0: $T_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{250}} = 0{,}397 \approx 0{,}4\ s$

-تحديد الطور عند $t = 0$:

عند $t = 0$ لدينا $x(0) = X_m$ ومنه: $X_m\cos\varphi = X_m$ وبالتالي: $\cos\varphi = 1$ أي: $\varphi = 0$

-استنتاج التعبير العددي ل $x(t)$ هو:

$$x(t) = 1{,}5.10^{-2}\cos\left(\frac{2\pi}{0{,}4}t\right) \Rightarrow x(t) = 1{,}5.10^{-2}\cos(5\pi t)$$

3-1-تعبير طاقة الوضع للمتذبذب بدلالة x و K:

تساوي طاقة الوضع مجموع طاقة الوضع الثقالية وطاقة الوضع المرنة: $E_p = E_{pp} + E_{pe}$

$E_{pp} = mgz + cte$ بما ان $E_{pp}(0) = 0$ فإن $cte = 0$ إذن: $E_{pp} = mgz$

مع $z = -x.\cos\alpha$ أي: $E_{pp} = -m.g.x.\cos\alpha$

$E_{pe} = \frac{1}{2}K.(x + \Delta l)^2 + cte$ بما أن: $E_{pe}(x = 0) = 0$ أي: $cte = -\frac{1}{2}K.\Delta l^2$

إذن: $E_{pe} = \frac{1}{2}K.(x + \Delta l)^2 - \frac{1}{2}K.\Delta l^2$ نحصل على: $E_{pe} = \frac{1}{2}K.x^2 + Kx.\Delta l$

نستنتج:

$$E_p = -m.g.x.\cos\alpha + \frac{1}{2}K.x^2 + Kx.\Delta l$$

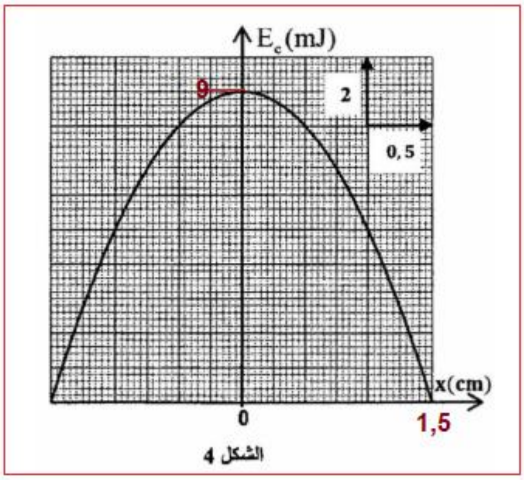
عند التوازن لدينا: $K\Delta l = m.g.\cos\alpha$ نعوض في تعبير E_p :

$$E_p = -Kx.\Delta l + \frac{1}{2}K.x^2 + Kx.\Delta l \Longrightarrow E_p = \frac{1}{2}K.x^2$$

2-3-صلابة النابض**K**:

بما ان الاحتكاكات مهملة، فإن الطاقة الميكانيكية تنحفظ نكتب: $E_m = E_p + E_c$

$$E_m = E_{c\,max} = E_{p\,max}$$



$$E_{p\,max} = \frac{1}{2}K.x_m{}^2 \Longrightarrow K = \frac{2E_{p\,max}}{x_m{}^2}$$

مبيانيا نجد: $E_{c\,max} = 9\ mJ$ و $x_m = 1{,}5.10^{-2}\ m$

$$K = \frac{2 \times 9.10^{-3}}{(1{,}5.10^{-2})^2} = 80\ N.m^{-1}$$

-استنتاج الكتلة **m**:

تعلم ان: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$ أي: $T_0^2 = 4\pi^2.\frac{m}{K}$

وبالتالي: $m = \frac{T_0^2.K}{4\pi^2}$

ت.ع: $m = \frac{0{,}4^2 \times 80}{4 \times 10} = 0{,}32\ kg$

$$m = 320\ g$$